

توسعه راهکار جدید برای بهبود عملکرد الگوریتم حداقل مربعات بازگشتی در

سیستم های تنک

اعظم خلیلی^۱، محمد خدارحمی^۲

دانشیار و عضو هیئت علمی گروه مهندسی برق (مهندسی برق - مخابرات)، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه ملایر، ایران.

کارشناسی ارشد مهندس برق گرایش مخابرات سیستم دانشگاه ملایر، ایران.

چکیده

الگوریتم حداقل مربعات بازگشتی (RLS) به دلیل دقت بالا و سرعت همگرایی سریع خود به عنوان یکی از الگوریتم های پایه ای در تخمین و پردازش پارامترهای سیستم های پویا شناخته می شود. این الگوریتم در حوزه های مختلفی مانند پردازش سیگنال، کنترل تطبیقی و سیستم های ارتباطی به کار می رود. با این وجود در کاربردهایی که با داده های تنک سروکار دارند، الگوریتم RLS با چالش های مهمی روبه روست. سیستم های تنک، سیستم هایی هستند که در آن ها فقط تعداد کمی از ضرایب داده ها اطلاعات مهم را حمل می کنند. در حالی که سایر ضرایب تقریباً صفر هستند. این ویژگی تنک بودن، فرصتی برای کاهش پیچیدگی محاسباتی فراهم می کند اما الگوریتم RLS برای بهره گیری از این ویژگی نیاز به بهینه سازی دارد. هدف این پژوهش ارائه یک روش نوآورانه برای بهبود عملکرد الگوریتم RLS در سیستم های تنک است. روش پیشنهادی از ترکیبی از تکنیک های فشرده سازی داده ها و جریمه ی $L1L_1$ -norm استفاده می کند. در مرحله اول فشرده سازی داده ها انجام می شود تا داده های غیرضروری حذف شده و تنها داده های کلیدی باقی بمانند. این اقدام به کاهش حجم داده ها و در نتیجه کاهش نیاز به حافظه و پردازش منجر می شود. سپس، در مرحله دوم جریمه ی $L1L_1$ -norm به تابع هزینه اضافه می شود که باعث حذف پارامترهای کم اهمیت و تمرکز الگوریتم بر روی پارامترهای کلیدی می شود. روش پیشنهادی به الگوریتم RLS کمک می کند تا در سیستم های تنک، دقت خود را حتی در شرایط نویزی حفظ کند. نتایج ارزیابی ها نشان می دهد که این روش در مقایسه با RLS کلاسیک و دیگر الگوریتم های تطبیقی مرسوم مانند LMS و فیلتر کالمن، هم از نظر دقت و هم از نظر پایداری عملکرد بهتری دارد. در عین حال، روش پیشنهادی توانسته است با حذف ضرایب غیرضروری و فشرده سازی داده ها، پیچیدگی محاسباتی را کاهش دهد که این امر به ویژه در کاربردهای بلادرنگ و سیستم های با منابع محدود از اهمیت بالایی برخوردار است. در مجموع، این پژوهش نشان می دهد که استفاده از تکنیک های فشرده سازی و جریمه در بهبود عملکرد RLS در سیستم های تنک بسیار موثر است و می تواند به توسعه الگوریتم هایی کمک کند که در عین حفظ دقت و کارایی از منابع کمتری استفاده کنند. این الگوریتم به دلیل کاهش نیاز به حافظه و پردازش، به ویژه برای کاربردهای شبکه های حسگر و دستگاه های اینترنت اشیا بسیار مناسب است و می تواند در بهینه سازی این سیستم ها نقش موثری ایفا کند.

واژه های کلیدی: حداقل مربعات بازگشتی (RLS)، سیستم های تنک، فشرده سازی داده، جریمه ی $L1L_1$ -norm، پردازش سیگنال،

شبکه های حسگر، اینترنت اشیا

مقدمه

سیستم‌های تنک به سیستم‌هایی اطلاق می‌شوند که تنها بخش کوچکی از مولفه‌ها یا پارامترها دارای مقادیر غیرصفر هستند در حالی که بقیه اجزا تقریباً صفر است. این ویژگی سیستم‌های تنک را از سیستم‌های متراکم متمایز می‌کند و باعث می‌شود که این نوع سیستم‌ها با حجم داده کمتر و کارایی محاسباتی بیشتری قابل تحلیل است. چنین سیستم‌هایی به طور گسترده در پردازش سیگنال، یادگیری ماشین و ارتباطات به کار می‌روند. به عنوان مثال در پردازش سیگنال، این ویژگی باعث می‌شود که پردازش داده‌ها سریع‌تر و با نیاز به منابع کمتر انجام شود [۱]. در حوزه یادگیری ماشین نیز، سیستم‌های تنک به دلیل حذف ویژگی‌های غیرضروری و تمرکز بر ویژگی‌های کلیدی به بهبود دقت مدل‌ها کمک می‌کنند.

به طور کلی، ضرورت بهبود RLS در سیستم‌های تنک از آنجا ناشی می‌شود که این سیستم‌ها به الگوریتم‌های دقیق، پایدار و کم‌پیچیدگی نیاز دارند. روش‌های نوین مانند DRPRLS با ارائه بهبودهای قابل توجه در کارایی محاسباتی و دقت، گام مهمی در این راستا محسوب می‌شوند. در ادامه‌ی این تحقیق، ارزیابی و شبیه‌سازی این الگوریتم‌ها در شرایط مختلف به منظور سنجش عملکرد و کشف پتانسیل‌های جدید ادامه خواهد یافت [۸]. در پاسخ به این چالش، پژوهش‌های متعددی به منظور بهبود الگوریتم RLS برای سیستم‌های تنک صورت گرفته است. یکی از این رویکردها، الگوریتم DRPRLS است که با استفاده از تکنیک استفاده مجدد از داده‌ها و اعمال جریمه‌های خاص مانند $L1L_1$ -norm، توانسته است به بهبود دقت و کاهش پیچیدگی محاسباتی کمک کند. این الگوریتم نه تنها با حذف ضرایب غیرضروری و تمرکز بر پارامترهای کلیدی به کاهش حجم داده‌های محاسباتی پرداخته، بلکه باعث افزایش سرعت همگرایی و دقت در شرایط نویزی نیز شده است [۳].

علی‌رغم این پیشرفت‌ها، هنوز چالش‌های زیادی برای بهبود الگوریتم RLS در سیستم‌های تنک باقی است. به عنوان مثال، مکانیسم بروزرسانی متناسب که در DRPRLS به کار گرفته شده در شرایط خاص ممکن است به دقت بالای مورد نظر دست نیابد. همچنین، بسیاری از تکنیک‌های بهبود عملکرد RLS، علی‌رغم بهبود در کاهش پیچیدگی، ممکن است باعث افزایش حساسیت به نویز و تغییرات سریع محیط شوند [۵].

به همین دلیل، نیاز به توسعه و بهینه‌سازی بیشتر الگوریتم‌های RLS با در نظر گرفتن پارامترهای خاص سیستم‌های تنک و شرایط نویزی، احساس می‌شود.

مبانی نظری

سیستم‌های تنک

سیستم‌های تنک به سیستم‌هایی گفته می‌شود که در آن‌ها فقط تعداد محدودی از مولفه‌ها یا پارامترها دارای مقادیر غیرصفر هستند و باقی اجزا صفر یا تقریباً صفر هستند [۹]. این ویژگی باعث می‌شود که سیستم‌های تنک در مقایسه با سیستم‌های متراکم، داده‌ها را به صورت فشرده‌تری ذخیره کنند و نیاز به محاسبات کمتری داشته است. سیستم‌های تنک به‌ویژه در پردازش سیگنال، یادگیری ماشین و کنترل سیستم‌های پیچیده کاربردهای گسترده‌ای پیدا کرده‌اند؛ زیرا در این حوزه‌ها اغلب داده‌های بسیار زیادی تولید می‌شود و پردازش و مدل‌سازی آنها بدون بهره‌گیری از روش‌های بهینه‌سازی غیرممکن است.

بهبود روش RLS در سیستم‌های تنک

روش حداقل مربعات بازگشتی (RLS) با وجود کارایی بالای خود در سیستم‌های تنک به دلیل ساختار پراکنده داده‌ها با چالش‌هایی مواجه است. به همین دلیل، تحقیقات بسیاری برای بهبود عملکرد RLS در این سیستم‌ها انجام شده است. از جمله روش‌های مرسوم برای بهینه‌سازی RLS در سیستم‌های تنک، می‌توان به تکنیک‌های مبتنی بر جریمه‌ها و قیود، فشرده‌سازی، آستانه‌گذاری و استفاده از ماتریس‌های پراکنده اشاره کرد. این روش‌ها با تمرکز بر کاهش پیچیدگی محاسباتی و افزایش دقت پیش‌بینی، به بهبود کارایی الگوریتم RLS کمک می‌کنند [۱۶].

الگوریتم‌های تطبیقی و به‌کارگیری آنها در RLS

الگوریتم‌های تطبیقی دسته‌ای از الگوریتم‌ها هستند که قابلیت تغییر و تنظیم پارامترها در طول زمان را دارند تا بهینه‌ترین پاسخ را برای سیستم فراهم کنند. این الگوریتم‌ها به طور مداوم پارامترهای سیستم را با توجه به شرایط محیطی، نویزها و تغییرات سیگنال ورودی بروزرسانی می‌کنند و به همین دلیل در محیط‌های پویا و ناپایدار عملکرد موثری دارند [۱۳].

الگوریتم‌های تطبیقی به‌ویژه در حوزه‌های پردازش سیگنال و کنترل که در آن‌ها مشخصات سیستم و شرایط محیطی ممکن است به سرعت تغییر کنند، کاربردهای فراوانی دارند. الگوریتم‌های تطبیقی معمولاً بر اساس معیارهای بهینه‌سازی، همچون کمینه‌سازی خطا، پارامترهای سیستم را به‌روزرسانی می‌کنند. این الگوریتم‌ها شامل تکنیک‌هایی مانند حداقل مربعات خطا (LMS) و فیلتر کالمن (KF) هستند که هر کدام مزایا و محدودیت‌های خاص خود را دارند.

روش پیشنهادی برای بهبود الگوریتم RLS

الگوریتم حداقل مربعات بازگشتی (RLS) یکی از الگوریتم‌های پرکاربرد برای تخمین پارامترها در سیستم‌های پویا است که با استفاده از داده‌های جدید و با به‌روزرسانی بازگشتی، تخمین دقیقی از پارامترهای سیستم ارائه می‌دهد. با این حال، کاربرد RLS در سیستم‌های تنک به دلیل نیاز به حافظه و پیچیدگی بالای محاسباتی چالش‌برانگیز است. در پژوهش حاضر، بهبود روش RLS برای کار با سیستم‌های تنک با استفاده از ترکیبی از فشرده‌سازی داده‌ها و جریمه $L1 - \text{norm}$ پیشنهاد شده است. ایده اصلی این روش، کاهش پیچیدگی محاسباتی با حذف داده‌های غیرضروری و کنترل تنک بودن پارامترهای تخمین است که به کاهش ابعاد داده‌ها و افزایش دقت الگوریتم کمک می‌کند [۱۰].

یکی از مهم‌ترین اجزای این روش، تکنیک فشرده‌سازی داده‌ها است. در سیستم‌های تنک، تنها تعداد کمی از داده‌ها دارای اطلاعات بااهمیت هستند و بقیه داده‌ها یا مقادیر نزدیک به صفر دارند یا تاثیری در پیش‌بینی نهایی ندارند؛ بنابراین، انتخاب تنها داده‌های کلیدی از میان داده‌های ورودی به الگوریتم RLS می‌تواند به کاهش پیچیدگی و حجم محاسبات کمک کند. برای این منظور از تکنیک‌های فشرده‌سازی و حذف داده‌های غیرضروری استفاده شده است که این موضوع باعث می‌شود الگوریتم با داده‌های فشرده‌تر کار کند و به حافظه کمتری نیاز داشته شوند [۹]. این تکنیک نه تنها پیچیدگی را کاهش می‌دهد، بلکه امکان کار در شرایط محدودیت حافظه را نیز فراهم می‌کند، که برای سیستم‌های تنک با داده‌های حجیم بسیار مفید است.

در روش پیشنهادی، پس از فشرده‌سازی داده‌ها، الگوریتم RLS با جریمه $L1 - \text{norm}$ اجرا می‌شود. جریمه $L1 - \text{norm}$ که از آن به عنوان جریمه لاسو نیز یاد می‌شود، یک تکنیک موثر برای کنترل تنک بودن پارامترها است [۱۲]. با اضافه کردن جریمه $L1 - \text{norm}$ به تابع هزینه RLS، مقادیر کوچکتر پارامترها به سمت صفر میل می‌کنند و تنها پارامترهای اصلی و تاثیرگذار در مدل باقی می‌مانند. این موضوع به‌خصوص در سیستم‌های تنک که تنها بخش محدودی از پارامترها در پیش‌بینی موثر هستند، کارایی دارد و موجب می‌شود که مدل تخمین بهینه‌ای با دقت بالا ارائه دهد. استفاده از این جریمه باعث افزایش توانایی RLS در تشخیص مولفه‌های بااهمیت و کاهش نویز می‌شود.

بررسی روش‌های ارزیابی عملکرد الگوریتم‌های RLS در سیستم‌های تنک

ارزیابی عملکرد الگوریتم‌های حداقل مربعات بازگشتی (RLS) به‌ویژه در سیستم‌های تنک، امری پیچیده و چندبعدی است. از آنجایی که این الگوریتم‌ها در زمینه‌های مختلفی مانند پردازش سیگنال، کنترل تطبیقی و یادگیری ماشین بکار می‌روند، معیارهای ارزیابی متفاوتی برای سنجش کارایی و دقت آن‌ها در نظر گرفته می‌شود. رایج‌ترین معیارهای ارزیابی RLS شامل خطای میانگین مربعات (MSE)، پیچیدگی محاسباتی و سرعت همگرایی است. این معیارها به صورت جداگانه و گاهی ترکیبی بکار می‌روند تا بتوانند عملکرد الگوریتم را در شرایط مختلف ارزیابی کنند [۱۳].

خطای میانگین مربعات (MSE) یکی از معیارهای اصلی در ارزیابی دقت الگوریتم‌های RLS است. MSE میزان اختلاف میان مقادیر پیش‌بینی‌شده و مقادیر واقعی را اندازه‌گیری می‌کند. برای محاسبه این معیار، از مربع اختلافات میان مقدارهای واقعی و تخمین‌شده استفاده می‌شود. MSE به‌ویژه در پردازش سیگنال اهمیت زیادی دارد، زیرا به الگوریتم کمک می‌کند تا دقت تخمین پارامترهای سیستم را نشان دهد. در سیستم‌های تنک MSE باید تا حد ممکن کمینه شود، زیرا سیستم‌های تنک معمولاً شامل اطلاعات کلیدی پراکنده هستند و کوچکترین انحراف در تخمین می‌تواند تاثیر زیادی بر دقت نهایی داشته است [۱۴]. MSE به عنوان معیاری مستقیم برای دقت و کارایی RLS در برابر تغییرات محیطی و نویز مورد استفاده قرار می‌گیرد و معمولاً به‌صورت میانگین در طول دوره آزمایشی محاسبه می‌شود.

روش‌شناسی تحقیق

این تحقیق به صورت کمی و تجربی انجام شده و از روش شبیه‌سازی‌های عددی برای ارزیابی عملکرد الگوریتم‌ها بهره برده شده‌است. برای بررسی دقیق، از پارامترهایی مانند دقت، سرعت همگرایی، و پایداری استفاده شده و به بررسی رفتار الگوریتم‌ها در شرایط مختلف پراکندگی داده‌ها و نویز پرداخته شده‌است.

روش ارزیابی الگوریتم‌ها

در سیستم‌های پردازش سیگنال به‌ویژه سیستم‌های تنک، یکی از چالش‌های اساسی کاهش پیچیدگی محاسباتی و افزایش دقت است. سیستم‌های تنک در بسیاری از کاربردها مانند شبکه‌های حسگر بی‌سیم، سیستم‌های مخابراتی و شناسایی الگوها مورد استفاده قرار می‌گیرند. در چنین سیستم‌هایی، بیشتر ضرایب سیگنال صفر هستند و تنها تعداد محدودی از ضرایب غیرصفر اطلاعات اصلی را حمل می‌کنند. این ویژگی باعث شده که بهبود عملکرد الگوریتم‌های پردازش سیگنال، به خصوص الگوریتم‌های بازگشتی مانند (RLS)^۱، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار شود. در این پژوهش، تمرکز اصلی بر روی توسعه الگوریتمی است که بتواند دقت بالایی در شناسایی سیستم‌های تنک داشته باشد و در عین حال پیچیدگی محاسباتی کمتری نسبت به الگوریتم‌های موجود داشته باشد. الگوریتم DRPRLS که به عنوان راهکاری برای کاهش پیچیدگی محاسباتی و افزایش سرعت همگرایی در سیستم‌های تنک توسعه داده شده، محور اصلی این پژوهش است.

شبیه‌سازی:

برای تایید امکان‌پذیری و عملکرد الگوریتم DRPRLS پیشنهادی، در این بخش شبیه‌سازی‌های عددی اجرا شده است. در این راستا، سیگنال‌های ورودی و بردار وزن‌های مرجع به طور تصادفی با پیروی از توزیع گوسی استاندارد $N(0, 1)$ تولید شده‌اند. تعداد ضرایب غیرصفر در بردار مرجع توسط پارامتر پراکندگی S تعیین می‌گردد. مقادیر سایر پارامترهای شبیه‌سازی در جدول ۱ آورده شده‌اند.

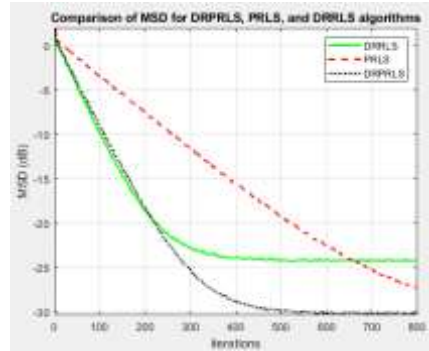
برای تضمین انصاف در مقایسه الگوریتم‌ها، هر کدام از روش‌ها به صورت مستقل ۱۰۰۰ بار اجرا شده‌اند تا نتایج میانگین حاصل از اجرای مکرر به دست آید. این رویکرد به ارزیابی قابلیت اطمینان و پایداری الگوریتم DRPRLS در شرایط مختلف کمک می‌کند و امکان مقایسه دقیق آن با روش‌های موجود را فراهم می‌سازد.

جدول ۱: پارامترها و مقادیر شبیه‌سازی

پارامتر	مقدار
L	10^2
N	10^3
A	0.5
ϵ	10^{-4}
σ_v^2	0.1

در شکل‌های ۱ تا ۴، با در نظر گرفتن پارامترهای $m = 15$ (طول فیلتر)، $\mu = 18$ (پارامتر تنظیمی) و $\lambda = 0.999$ (عامل ماتریس فرامونت)، مقایسه میانگین انحراف مربعی (MSD) برای الگوریتم‌های DRPRLS، PRLS و DRRLS انجام شده است. این شبیه‌سازی‌ها به منظور ارزیابی عملکرد هر کدام از این روش‌ها در شرایط مختلف طراحی شده‌اند.

^۱ Recursive Least Squares



شکل ۱: الگوریتم DRPRLS, PRLS و DRRLS با مقادیر $S=5$ و $SNR=10db$

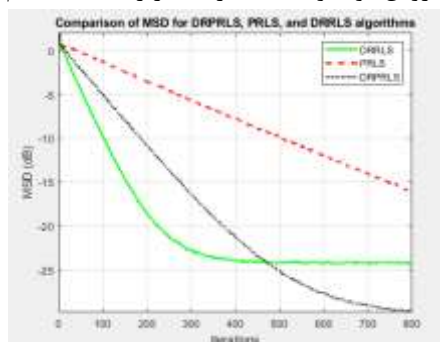
در شکل ۱ مقایسه عملکرد الگوریتم‌های DRPRLS، PRLS و DRRLS با پارامترهای $S = 5$ (پارامتر پراکندگی) و $SNR = 10 \text{ dB}$ (نسبت سیگنال به نویز)، میانگین انحراف مربعی (MSD) برای سه الگوریتم نمایش داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم DRPRLS در تمام مراحل، از جمله مرحله همگرایی و حالت ثابت، بهترین عملکرد را از خود نشان می‌دهد.

الگوریتم DRPRLS: این الگوریتم سریع‌ترین همگرایی را با کمترین MSD پایدار نشان می‌دهد. استفاده از ترکیب بازنویسی داده‌ها و بروزرسانی نسبی به آن اجازه می‌دهد تا به طور مؤثری با ویژگی‌های تنک بودن سیستم کار کند و خطاهای پایدار را به حداقل برساند.

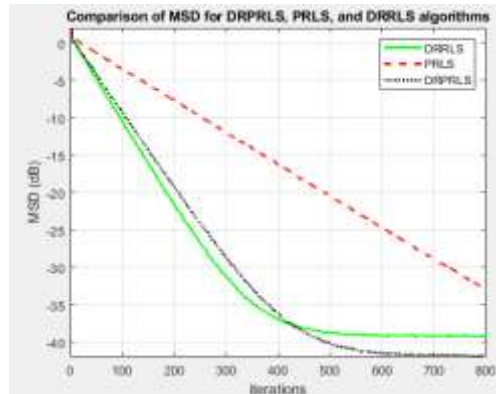
الگوریتم PRLS: این الگوریتم در مرحله اولیه همگرایی و حالت ثابت، MSD پایدار خوبی ندارد و حساسیت بیشتر به تغییرات S و SNR منجر به کاهش قابلیت اعتمادی آن می‌شود.

الگوریتم DRRLS: این الگوریتم سرعت همگرایی بالایی دارد، اما در حالت ثابت، MSD پایدار آن به طور قابل توجهی بیشتر از الگوریتم DRPRLS است. دلیل اصلی این اختلاف، عدم توجه DRRLS به اختصاص وزن‌های مناسب به ضرایب فیلتر است، که منجر به کاهش دقت در حالت ثابت می‌شود.

به طور خلاصه، نتایج ارائه شده در این شکل نشان می‌دهند که الگوریتم DRPRLS با استفاده از رویکرد ترکیبی خود، توانسته است در مقابل روش‌های PRLS و DRRLS، عملکردی کارآمدتر ارائه دهد. این برتری شامل سرعت همگرایی مناسب، کاهش خطای پایدار و مقاومت بیشتر نسبت به تغییرات پارامترهای ورودی می‌شود؛ بنابراین، در شرایط شبیه‌سازی شده، الگوریتم DRPRLS به عنوان یک روش قوی و مناسب برای کاربردهای سیستم‌های تنک معرفی می‌شود.

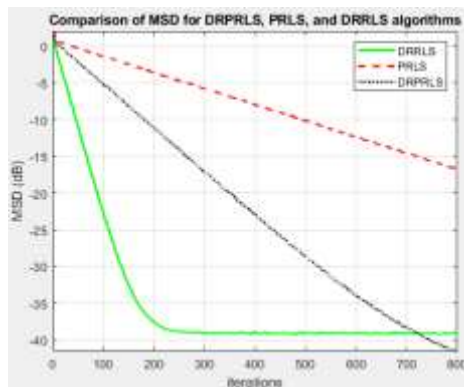


شکل ۲: الگوریتم DRPRLS, PRLS و DRRLS با مقادیر $S=5$ و $SNR=20db$



شکل ۳: الگوریتم DRPRLS, PRLS و DRRLS با مقادیر $S=25$ و $SNR=10db$

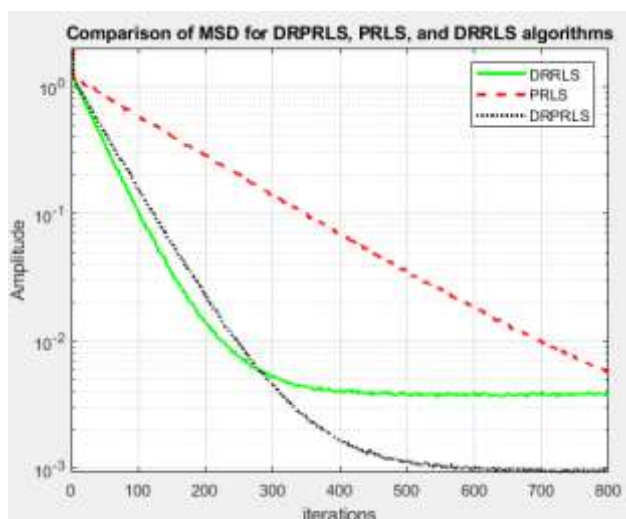
در شکل ۲، تأثیر تغییرات پارامترهای S و SNR بر روی عملکرد الگوریتم DRPRLS، PRLS و DRRLS بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهند که الگوریتم PRLS به طور قابل توجهی تحت تأثیر تغییرات این پارامترها قرار می‌گیرد؛ MSD پایدار آن با تغییر S و SNR تقریباً ۱۰ دسی‌بل تفاوت دارد. این حساسیت بالا به پارامترهای ورودی، کاربرد الگوریتم PRLS را در شرایط واقعی محدود می‌کند. با این حال، حتی در بهترین شرایط، MSD پایدار الگوریتم PRLS نتوانسته است با عملکرد الگوریتم DRPRLS همراه شود، که نشان‌دهنده برتری الگوریتم DRPRLS در حالت‌های مختلف است.



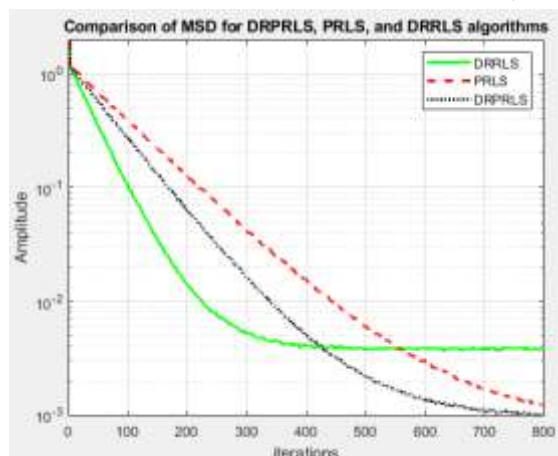
شکل ۴: الگوریتم DRPRLS, PRLS و DRRLS با مقادیر $S=25$ و $SNR=20db$

بررسی شکل ۴ نشان می‌دهد که هرچند الگوریتم DRRLS سریع‌ترین سرعت همگرایی را ارائه می‌دهد، اما MSD پایدار آن حداقل ۱۰ دسی‌بل بیشتر از الگوریتم DRPRLS است. این نقص در عملکرد الگوریتم DRRLS به دلیل عدم توجه آن به اختصاص وزن‌های مناسب به ضرایب فیلتر ناشی می‌شود. در مقابل، ورود ماتریس مقیاس‌دهی به ساختار الگوریتم DRPRLS، این امکان را فراهم می‌کند تا ضرایب فیلتر به صورت نسبی و بهینه به‌روزرسانی شوند. این ویژگی به الگوریتم DRPRLS اجازه می‌دهد تا MSD پایدار را به‌طور معناداری کاهش دهد.

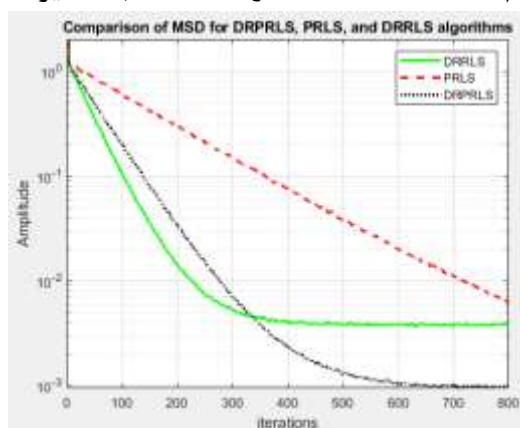
برای بررسی تأثیر مقادیر پارامترهای μ (پارامتر تنظیمی) و m (طول فیلتر) بر عملکرد الگوریتم‌ها و ارائه مقایسه‌ای جامع بین الگوریتم‌های DRPRLS، PRLS و DRRLS، نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های ۵ تا ۸ نمایش داده شده است. در این شکل‌ها، خطوط مختلف به میانگین انحراف مربعی (MSD) اشاره دارند، الگوی موجود در شکل ۵ مربوط به واریانس MSD است و نواحی قسمت‌بندی شده نیز انحراف معیار را نشان می‌دهند. این نمایش، به علاوه ارائه یک دید کلی از عملکرد هر الگوریتم، امکان تحلیل دقیق تأثیر پارامترهای μ و m را فراهم می‌کند و نقش آنها در تعیین دقت و پایداری الگوریتم‌ها را روشن می‌سازد.



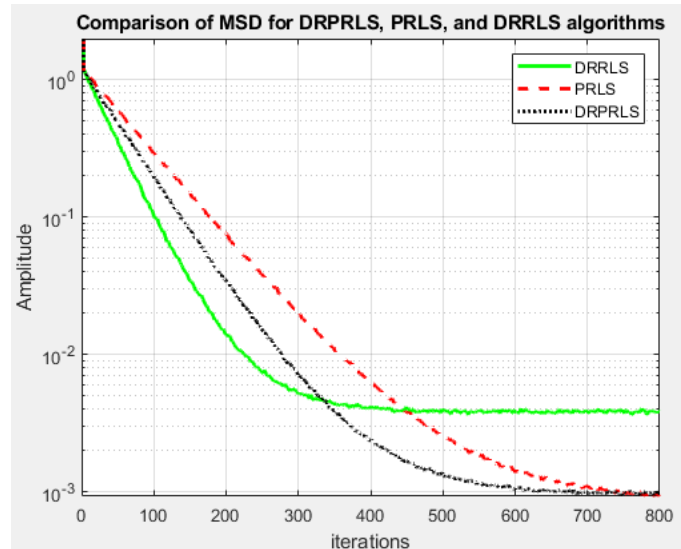
شکل ۵: الگوریتم DRPRLS, PRLS و DRRLS با مقادیر $m=5$ و $\mu=13$



شکل ۶: الگوریتم DRPRLS, PRLS و DRRLS با مقادیر $m=20$ و $\mu=13$



شکل ۷: الگوریتم DRPRLS, PRLS و DRRLS با مقادیر $m=5$ و $\mu=18$



شکل ۸: الگوریتم DRPRLS، PRLS و DRRLS با مقادیر $\mu=18$ و $m=20$

می‌توان از شکل ۵ مشاهده کرد که میانگین MSD الگوریتم DRPRLS به طور قابل توجهی پایین‌تر از الگوریتم PRLS است، که این موضوع دقت بیشتر الگوریتم DRPRLS را نسبت به PRLS نشان می‌دهد. همانطور که در شکل ۷ نیز مشخصه الگوریتم PRLS بزرگ‌ترین ناحیه سایه را داراست، که نشان‌دهنده نوسان قابل ملاحظه در MSD آن طی فرآیند همگرایی است. این نوسانات نشان می‌دهد که الگوریتم PRLS در حالت‌های مختلف، به‌ویژه در سیستم‌های پراکنده، عملکرد کمتر پایداری از خود نشان می‌دهد.

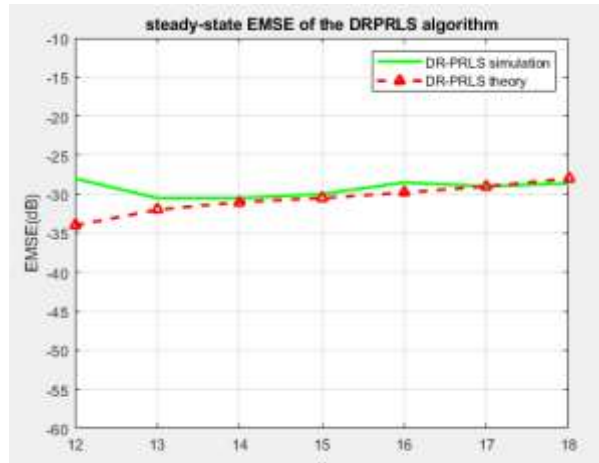
باتوجه به شکل‌های ۵ تا ۸، برای سیستم‌های پراکنده و در حالتی که طول فیلتر m یکسان باشد، معرفی ماتریس مقیاس‌دهی در ساختار الگوریتم DRPRLS نقش مهمی در افزایش دقت این الگوریتم نسبت به DRRLS ایفا می‌کند. این ویژگی، به دلیل توجه الگوریتم DRPRLS به اختصاص وزن‌های مناسب به ضرایب فیلتر، بهبود قابل توجهی در عملکرد آن ایجاد می‌کند.

برای ارزیابی عملکرد الگوریتم DRPRLS، از معیار میانگین مربع خطا انتظاری (EMSE) استفاده شده است. EMSE یکی از مهم‌ترین معیارهای برای ارزیابی عملکرد الگوریتم‌های تخمین و فیلترینگ در پردازش سیگنال محسوب می‌شود که به طور کلی خطای میانگین مربوط به تخمین یک سیستم را اندازه‌گیری می‌کند.

نتایج حاصل از این ارزیابی در شکل نمایش داده شده است. این شکل به بررسی رفتار EMSE در شرایط مختلف و تحت تأثیر پارامترهای متغیر مانند طول فیلتر (m)، پارامتر تنظیمی (μ)، و عامل فراموشی (λ) کمک می‌کنند. با تحلیل این نتایج، می‌توان به دست آورد که چگونه انتخاب مناسب این پارامترها به بهبود عملکرد الگوریتم DRPRLS منجر می‌شود و به کاهش خطای تخمین در حالت ثابت کمک می‌کند.

$$EMSE_{DRPRLS} = \frac{(1 - \lambda)\mu m \sigma_v^2}{2 - (1 - \lambda)\mu m} \quad (1)$$

برای این منظور، پارامتر m به مقدار ۳ تنظیم شده و مقدار λ ، ۰٫۴۸ به ضرایب غیرصفر در بردار w اختصاص داده شده است. بر اساس رابطه (۱)، مشخص می‌شود که EMSE به طور مونوتونیک و به صورت افزایشی با تغییرات پارامتر μ رفتار می‌کند، که این نتیجه با سناریوی نشان داده شده در شکل ۹ هماهنگ است.



شکل ۹: مقدار EMSE

زمانی که $m = 3$ بر اساس رابطه (۱)، شرط $2 - (1 - \lambda)\mu m > 0$ بایستی برقرار باشد. این شرط منجر می‌شود که محدوده مجاز برای پارامتر μ به فاصله $0 < \mu \leq 66$ محدود شود. علاوه بر این، حد بالای EMSE به مقدار ۰ دسی‌بل تعیین می‌شود. با جایگزینی این مقدار در روابط (۲) و (۳)، پیشنهاد می‌شود که پارامتر μ در فاصله ۰، ۶۶ انتخاب شود.

$$0 < \mu < \frac{2}{(1 - \lambda)mg} \quad (۲)$$

$$0 < \mu < \sqrt{\frac{\delta}{(1 - \lambda)^2 \sigma_v^2 m^2 g^2}} \quad (۳)$$

همچنین، منحنی EMSE حاصل از شبیه‌سازی، به خوبی با روند همگرایی منحنی نظری در شکل ۹ مطابقت دارد. این همخوانی، اعتبار و دقت تحلیل نظری و نتایج شبیه‌سازی را تأیید می‌کند و نشان می‌دهد که الگوریتم DRPRLS به درستی عملکرد پیش‌بینی‌شده را در حالت پایدار ارائه می‌دهد.

سیستم‌هایی با ویژگی اسپارس به طور گسترده‌ای در کاربرد های عملی مانند مخابرات آکوستیک زیر آب (UWA) مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این سناریو برای دست یابی به شناسایی سیستم‌های اسپارس از الگوریتم های تناسبی (PU) و جذب صفر (ZA) استفاده شده‌است.

در الگوریتم فیلترینگ تطبیقی نوع pu مقادیر متناسب با دامنه آنها است تا سرعت همگرایی افزایش یابد به این منظور الگوریتم حداقل مربعات بازگشتی (LMS) نوع pu معرفی میشوند و همچنان الگوریتم های تطبیقی نوع ZA برای محدود کردن تابع هزینه^۲ استفاده می‌شوند.

در این پژوهش یک روش جدید الگوریتم DRPRLS برای بهبود عملکرد در سیستم‌های پراکنده توسعه داده شد. این الگوریتم با ترکیب مفاهیم بازنویسی داده‌ها (DR) و بروزرسانی نسبی (PU)، سعی دارد که هم سرعت همگرایی را افزایش دهد و هم دقت تخمین را بهبود بخشد. استفاده از ماتریس مقیاس‌دهی در این الگوریتم، منجر به تسریع همگرایی ضرایب صفر در سیستم‌های پراکنده شده است، که به کاهش انحراف میانگین مربع (MSE) در حالت ثابت کمک می‌کند. علاوه بر این، تحلیل نظری انجام شده، بازه‌های مناسب برای پارامترهای کنترلی و اعتبار سازی الگوریتم از طریق منحنی‌های EMSE تأیید شده است و نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که در شرایطی با پیچیدگی محاسباتی کمتر، الگوریتم DRPRLS در مقایسه با روش‌های DRRLS و PRLS، عملکرد برجسته‌ای دارد و MSD پایدار الگوریتم DRPRLS بهتر از روش‌های دیگر است؛ بنابراین، الگوریتم DRPRLS به‌عنوان یک روش مؤثر برای کاربردهای سیستم‌های پراکنده، به‌ویژه در شرایطی که دقت و کارایی محاسباتی اهمیت دارند، معرفی می‌شود.

^۱ Total coast

نتیجه گیری

الگوریتم حداقل مربعات بازگشتی (RLS) به دلیل دقت بالا و سرعت همگرایی سریع، به عنوان یکی از روش‌های پایه‌ای در تخمین پارامترها و پردازش سیگنال شناخته شده است. با این حال، در سیستم‌های تنک که فقط تعداد کمی از ضرایب آن حاوی اطلاعات مهم هستند، الگوریتم RLS با چالش‌هایی مانند محاسبات زائد و کاهش دقت رو بروی می‌گردد. لذا، توسعه روش‌هایی که بتوانند از ویژگی تنک بودن سیستم بهره‌مند شوند، اهمیت زیادی دارد. در این پژوهش، راهکار نوآورانه‌ای برای بهبود عملکرد الگوریتم RLS در سیستم‌های تنک ارائه شده است که تحت عنوان DRPRLS شناخته می‌شود. این راهکار ترکیبی از دو مفهوم قدرتمند بازنویسی داده‌ها^۳ و بروزرسانی نسبی^۴ است. بازنویسی داده‌ها به الگوریتم اجازه می‌دهد از اطلاعات قبلی بهتری استفاده کند، در حالی که مکانیزم بروزرسانی نسبی با اختصاص وزن‌های مناسب به ضرایب فیلتر، سرعت همگرایی را افزایش می‌دهد و به حذف ضرایب غیرضروری کمک می‌کند. مقایسه نتایج الگوریتم DRPRLS با روش‌های موجود مانند DRRLS و PRLS نشان می‌دهد که در شرایطی که سیستم تنک باشد، الگوریتم پیشنهادی بهبود قابل توجهی در دقت تخمین و کاهش انحراف میانگین مربع (MSE) پایدار دارد. علاوه بر این، DRPRLS با استفاده از ماتریس مقیاس‌دهی، به بهینه‌سازی سرعت همگرایی و کاهش پیچیدگی محاسباتی کمک می‌کند، که این موضوع آن را مناسب‌ترین گزینه برای کاربردهای واقعی مانند شبکه‌های حسگر و اینترنت اشیا می‌سازد؛ بنابراین، توسعه الگوریتم DRPRLS به عنوان یک راهکار مؤثر برای سیستم‌های تنک، گامی جدی در جهت بهبود عملکرد الگوریتم‌های تخمین و پردازش سیگنال محسوب می‌شود.

پیشنهادهای برای کارهای آینده :

۱. بررسی کاربرد الگوریتم DRPRLS در سیستم‌های دینامیکی با ویژگی‌های زمان-متغیر، مانند شبکه‌های حسگر بزرگ مقیاس یا سیستم‌های ارتباطی نسل بعدی (مثل 6G)
۲. توسعه روش‌های ترکیبی با استفاده از فناوری یادگیری ماشین یا بهینه‌سازی هوشمند برای افزایش دقت و کاهش پیچیدگی محاسباتی الگوریتم DRPRLS در سیستم‌های تنک.
۳. ارزیابی عملکرد DRPRLS در شرایطی با نویز غیرگوسی یا انواع مختلف از عدم قطعیت سیستمی، تا مقاومت آن در مقابل شرایط واقعی مورد بررسی قرار گیرد.

^۱ Data Reuse

^۲ Proportional Update

مراجع

- [1] K. Kumar, R. Pandey, M. Karthik, S. S. Bhattacharjee, and N. V. George, "Robust and sparsity-aware adaptive filters: A review," *Signal Processing*, vol. 189, p. 108276, 2021.
- [2] D. Fîciu, C.-L. Stanciu, C. Paleologu, and J. Benesty, "Low-Complexity Data-Reuse RLS Algorithm for Stereophonic Acoustic Echo Cancellation," *Applied Sciences*, vol. 13, no. 4, p. 2227, 2023.
- [3] X. Yang et al., "Robust kernel recursive adaptive filtering algorithms based on M-estimate," *Signal Processing*, vol. 207, p. 108952, 2023.
- [4] J. Ni, Y. Xing, Z. Zhu, and J. Chen, "Proportionate Total Adaptive Filtering Algorithms for Sparse System Identification," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023.
- [5] Y. Yu, J. Ye, Y. Zakharov, and H. He, "Robust Proportionate Subband Adaptive Filter Algorithms with Optimal Variable Step-size," *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2023.
- [6] V. Patel, S. S. Bhattacharjee, and M. G. Christensen, "Generalized Soft-Root-Sign Based Robust Sparsity-Aware Adaptive Filters," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 30, pp. 200-204, 2023.
- [7] L. Li, Y.-F. Pu, S. S. Bhattacharjee, and M. G. Christensen, "Widely linear complex-valued hyperbolic secant adaptive filtering algorithm and its performance analysis," *Signal Processing*, p. 109146, 2023.
- [8] Y. Huo, T. Xu, Y. Qi, Y. Xu, and R. Ding, "A Family of Robust Diffusion Adaptive Filtering Algorithms Based on the Tanh Framework," *Circuits, Systems, and Signal Processing*, pp. 1-19, 2023.
- [9] Donoho, "Compressed sensing." *IEEE Transactions on Information Theory* D. L. (2006)..
- [10] Candes, E. J., & Wakin, "An introduction to compressive sampling." *IEEE Signal Processing Magazine*. M. B. (2008).
- [11] Wright, J., et al. "Robust face recognition via sparse representation." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. (2009).
- [12] Tibshirani, R. "Regression shrinkage and selection via the Lasso." *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodologic)*. (1996).
- [13] Haykin, S. *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall.. (2002).
- [14] Sayed, A. H. *Fundamentals of Adaptive Filtering*. Wiley (2003)..
- [15] Douglas, S. C., & Meng, T. H. "Normalized data nonlinearities for LMS adaptation." *IEEE Transactions on Signal Processing*. (1994).
- [16] Chen, S., et al. "Sparse representation for signal processing: A review." *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*. (2012).