

## کنترل دما و غلظت راکتور تانک همزن پیوسته با استفاده از کنترل کننده پیش-

### بین مبتنی بر مدل

رضا طیبی<sup>۱</sup>، امین فرمانبردار<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشگاه آزاد اسلامی واحد بروجرد

<sup>۲</sup> دانشگاه آزاد اسلامی واحد بروجرد

#### چکیده

در صنعت، فرآیندهای غیرخطی بسیاری وجود دارند، که توسط روش‌های کلاسیک قابل کنترل نیستند. سیستم راکتور تانک همزن پیوسته (CSTR) یک سیستم پیچیده غیرخطی می‌باشد. با توجه به رفتار شدیداً غیرخطی، مسئله شناسایی و کنترل CSTR همیشه یک کار چالش برانگیز مهندسی سیستم‌های کنترل بوده است. کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل یک روش کنترل بسیار مفید و سودمند در مورد فرآیندهای غیرخطی است که علاوه بر دارا بودن کارایی بسیار بالا، تعمیم آن به حالت چند متغیره همراه با تداخل، یا محدودیت بر روی متغیرهای کنترل‌کننده و کنترل‌شونده و دیگر خصوصیات مسئله‌دار دینامیکی نظیر دینامیک‌های کند و پاسخ معکوس نیز بسیار آسان است.

هدف از این مقاله کنترل دما و غلظت یک راکتور همزن پیوسته (CSTR) که در آن یک واکنش گرمازا انجام می‌گیرد، در حضور نامعینی و قیود ورودی می‌باشد. کنترل‌کننده‌ای که جهت کنترل دما و غلظت در این سیستم مورد استفاده قرار گرفته است از نوع پیش‌بین می‌باشد. در این مقاله فرمول‌بندی روش انباشته به عنوان یکی از روش‌های کنترل‌کننده پیش‌بین برای سیستم CSTR مطرح شده است.

**واژه‌های کلیدی:** راکتور تانک همزن پیوسته (CSTR)، کنترل کننده پیش‌بین، نامعینی، قید

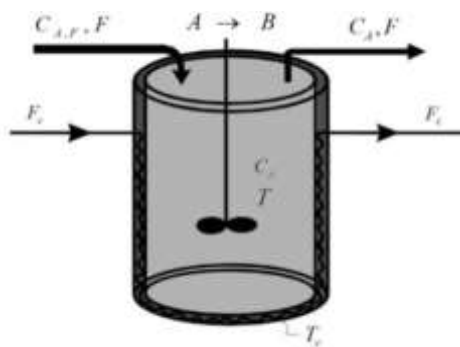
## ۱- مقدمه

راکتور تانک همزن پیوسته را می‌توان یکی از سلول‌های اساسی فرآیندهای شیمیایی و پتروشیمی دانست. این سیستم در بسیاری از صنایع مواد غذایی هم به کار گرفته می‌شود. در خنثی‌سازی پساب‌ها، واکنش‌هایی که در فاز مایع صورت می‌گیرد و همچنین واکنش‌هایی که بایستی در غلظت پایین صورت گیرند از این نوع راکتور بیشتر استفاده می‌شود. کم بودن زمان باند محصولات در داخل راکتور نسبت به انواع دیگر راکتورها باعث شده از این راکتور در صنعت بیشتر استفاده شود. در بسیاری از مواقع کنترل دما و غلظت در راکتور مورد توجه می‌باشد و لازم است تا دما و غلظت با وجود نامعینی در سیستم و در نظر گرفتن محدودیت‌هایی در ورودی و خروجی در مقدار معینی تنظیم گردد. استفاده از یک استراتژی کنترل که ناپایداری سیستم، ماهیت غیرخطی فرآیند و در بعضی مواقع رفتار  $n.m.p$  سیستم و همچنین وجود خطا در مدل (با توجه به این که مدل کردن یک فرآیند واقعی با هر دقتی معمولاً با خطا همراه است) را در نظر بگیرد و نسبت به همه آن‌ها پایداری و عملکرد مناسب را تضمین کند، مهم به نظر می‌رسد. در سال‌های اخیر به طور گسترده برای کنترل این فرآیند ناپایدار کنترل‌کننده‌های متفاوتی پیشنهاد داده شده است، به طوری که کنترل این فرآیند ناپایدار معیاری برای عملکرد خوب یک کنترل‌کننده شده است. از جمله آن می‌توان به موارد ذیل اشاره نمود.

کنترل دمای CSTR با استفاده از کنترل‌کننده PID، (رابی، ۲۰۱۵)، کنترل‌کننده غیرخطی پیش‌بین-تطبیقی برای فرآیند CSTR، (هانگ من و چنگ شائو، ۲۰۱۲)، کنترل دمای راکتور شیمیایی با استفاده از الگوریتم ژنتیک (فیض آرید و دیگران، ۲۰۱۴)، کنترل دمای CSTR با استفاده از تئوری فیدبک (ورونیکا آلسن، ۲۰۰۸)، کنترل دمای CSTR با استفاده از کنترل-کننده تطبیقی (پرابهو و دیگران، ۲۰۱۲)، کنترل دمای CSTR با استفاده از کنترل‌کننده فازی (بوبلان و دیگران، ۲۰۱۳)، کنترل غلظت یک CSTR با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (اگلیا، ۲۰۱۳)، کنترل‌کننده افق بینهایت برای یک CSTR، (آشوتاش کومار میشر، ۲۰۱۴)، کنترل مقاوم یک CSTR با وجود نامعینی (آنا ویسیکانینوا و دیگران)، و ... خیلی از روش‌های کنترلی قادر به در نظر گرفتن محدودیت روی ورودی‌های سیستم نبوده و به خطای مدلسازی حساس بوده و در ضمن به راحتی تنظیم نمی‌شوند. یکی از روش‌هایی که نسبت به خطای مدلسازی حساس نمی‌باشد و به صورت سیستماتیک محدودیت روی ورودی سیستم را در نظر می‌گیرد و به راحتی قابل تنظیم است روش کنترل پیش‌بین می‌باشد. در حال حاضر کنترل‌کننده پیش‌بین به عنوان یک کنترل‌کننده موفق در زمینه کنترل سیستم‌هایی با رفتار شدیداً غیرخطی و ناپایدار هم از لحاظ صنعتی و هم از لحاظ تئوری مطرح است و دامنه تحقیقات بر روی این کنترل‌کننده و بهبود عملکرد آن همچنان باز است.

## ۲- تبیین مساله و مدل ریاضی

در این مقاله یک CSTR غیر هم دما همراه با نامعینی که یک واکنش گرما زا  $A \rightarrow B$  در آن رخ می‌دهد را در نظر می‌گیریم. واکنش برگشت ناپذیر و سرعت واکنش نسبت به جزء A مرتبه اول می‌باشد.



شکل شماره ۱. راکتور همزن پیوسته همراه با ژاکت خنک کننده

جریان سیال به طور مداوم وارد راکتور شده و جریان سیال دیگری به طور مداوم از راکتور خارج می‌شود. از آنجا که راکتور کاملاً مختلط است، جریان خروجی همان غلظت و درجه حرارت را که در راکتور جاری است دارا می‌باشد. یک کویل خنک‌کننده (ژاکت) برای حذف گرمای آزاد شده در واکنش گرمازا مورد استفاده قرار می‌گیرد. این کویل خنک‌کننده نیز دارای خوراک (ورودی) و جریان خروجی می‌باشد. فرض می‌شود که کویل کاملاً مخلوط شده و درجه حرارتی پایین‌تر از درجه حرارت راکتور داشته باشد. انرژی‌ای که از طریق دیواره راکتور به کویل عبور می‌کند، حرارت تولید شده توسط واکنش را حذف می‌کند.

ثابت سرعت واکنش  $k_0$  و حرارت واکنش  $\Delta H$  پارامترهای نامعین در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌شود آن‌ها در رنج تنوعی مشخص شده، دلخواهانه متغیر با زمان باشند. مدل خطی‌سازی شده بر اساس تعادل جزء و تعادل انرژی به صورت زیر داده شده است:

$$\begin{bmatrix} \dot{C}_A \\ \dot{T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{F}{V} - k_0 e^{\frac{-E}{RT_s}} & -\frac{E}{RT_s^2} k_0 e^{\frac{-E}{RT_s}} C_{AS} \\ \frac{-\Delta H k_0 e^{\frac{-E}{RT_s}}}{\rho C_p} & -\frac{F}{V} - \frac{UA}{V \rho C_p} - \Delta H \frac{E}{\rho C_p RT_s^2} k_0 e^{\frac{-E}{RT_s}} C_{AS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_A \\ T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{F}{V} & 0 \\ 0 & -2.098 \times 10^5 \frac{T_s - 365}{V \rho C_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{A,F} \\ F_C \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_A \\ T \end{bmatrix} \quad (1)$$

که در آن  $C_A$  غلظت  $A$  در راکتور،  $C_{A,F}$  غلظت خوراک  $A$ ،  $T$  دمای راکتور و  $F_C$  جریان خنک‌کننده می‌باشد. پارامترهای عملیاتی در جدول شماره ۱ نشان داده شده است (پورنچای بامرونگسرای، ۲۰۱۲).

#### جدول شماره ۱. پارامترهای نقطه کار CSTR غیر هم دما

پارامتر	مقدار	واحد
$F$	۱	$m^3 / \text{min}$
$V$	۱	$m^3$
$\rho$	$10^6$	$g / m^3$
$C_p$	۱	$cal / (gK)$
$\Delta H$	$10^7 - 10^8$	$cal / kmol$
$E / R$	$8330 / 1$	$K$
$k_0$	$10^9 - 10^{10}$	$\text{min}^{-1}$
$UA$	$5/34 * 10^6$	$cal / (K \text{ min})$

قرار می‌دهیم  $\bar{F}_c = F_c - F_c$ ،  $\bar{C}_{A,F} = C_{A,F} - C_{A,F}$ ،  $\bar{T} = T_A - T_{eq}$ ،  $\bar{C}_A = C_A - C_{A,eq}$  که زیر نویس eq استفاده شده به معنی آن است که متغیر مربوطه در حالت تعادل می‌باشد. مدل زمان گسسته (۲) از گسسته سازی (۱) با استفاده از تقریب اویلر مرتبه اول، با زمان نمونه برداری ۰/۱۵ دقیقه به دست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} \bar{C}_A(k+1) \\ \bar{T}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.85 - 0.0986\alpha(k) & -0.0014\alpha(k) \\ 0.9864\alpha(k)\beta(k) & 0.0487 + 0.01403\alpha(k)\beta(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{C}_A(k) \\ \bar{T}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.15 & 0 \\ 0 & -0.912 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{C}_{AF}(k) \\ \bar{F}_C(k) \end{bmatrix}$$

$$\bar{y}(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{C}_A(k) \\ \bar{T}(k) \end{bmatrix} \quad (2)$$

که  $1 \leq \alpha(k) = k_0 / 10^9 \leq 10$  و  $1 \leq \beta(k) = -\Delta H / 1\bar{\theta} \leq 10$  می‌باشد. قیدهای ورودی  $|\bar{C}_{AF}| \leq 0.5 \text{ kmol} / \text{m}^3$  و  $|\bar{F}_C| \leq 1.5 \text{ m}^3 / \text{min}$  می‌باشند. هدف، تنظیم  $\bar{C}_A$  و  $T$  از طریق دستکاری در پارامترهای به ترتیب  $\bar{C}_{AF}$  و  $\bar{F}_C$  می‌باشد.

### ۳- طراحی کنترل کننده پیش‌بین انباشته

مدل سیستم به منظور محاسبه‌ی خروجی پیش‌بینی تا  $N$  قدم آینده مورد استفاده قرار گرفته است، که  $N$  افق پیش‌بینی می‌باشد. این گونه پیش‌بینی به حالت در زمان حال همچنین بردار کنترلی که اعمال خواهد شد بستگی دارد. سیگنال کنترل شده (خروجی سیستم)، ورودی سیستم و متغیرهای حالت در  $k$  امین نمونه برداری به ترتیب  $y(k) \in R^{mp}$ ،  $x(k) \in R^n$  و  $u(k) \in R^m$  می‌باشند. فرض می‌کنیم مدل سیستم به صورت (۳) باشد:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (3)$$

تابع هزینه به صورت (۴) داده می‌شود.

$$V(x, (u_0, \dots, u_{N-1})) = x_N^T P x_N + \sum_{i=0}^{N-1} (x_i^T Q x_i + u_i^T R u_i) \quad (4)$$

بردارهای انباشته  $X \in R^{Nn}$  و  $U \in R^{Nm}$  به صورت (۵) تعیین می‌گردند.

$$U = \begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ \vdots \\ u_{N-1} \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad X = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} \quad (5)$$

ماتریس‌های پیش‌بین  $P$  و  $H$  به گونه‌ای هستند که:

$$X = Px + HU \quad (6)$$

به صورت زیر می‌باشند

$$P = \begin{bmatrix} A \\ A^2 \\ \vdots \\ A^N \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad H = \begin{bmatrix} B & 0 & 0 & 0 \\ AB & B & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A^{N-1}B & A^{N-2}B & \dots & B \end{bmatrix} \quad (7)$$

با در نظر گرفتن تابع هزینه به صورت (۸)،

$$V(x, U) = X^T Q X + U^T R U \quad (8)$$

و جایگذاری (۷) در رابطه (۸) خواهیم داشت:

$$V(x,U) = (Px + HU)^T Q(Px + HU) + U^T R U \quad (۹)$$

با مینیمم کردن تابع هزینه (۹) نسبت به  $U$ ، دنباله کنترلی بهینه حاصل می‌گردد.

$$U^*(x) = \arg \min V(x,U) = \{u_0^*(x), \dots, u_{N-1}^*(x)\} \quad (۱۰)$$

$$U^*(x) = -G^{-1} Fx \quad (۱۱)$$

که

$$G = 2(H^T QH + R) \quad (۱۲)$$

و

$$F = 2(H^T QP) \quad (۱۳)$$

در این روش در هر مرحله بردار کنترلی به طول  $N$  (افق پیش‌بین) ایجاد شده ولی فقط از اولین عنصر این بردار استفاده می‌گردد. حالت بعدی سیستم بوسیله اولین عنصر این بردار به دست می‌آید و سپس در مرحله بعد برداری کنترلی بر مبنای مقدار حالت آن مرحله ایجاد شده و به همین منوال از اولین عنصر آن بردار به عنوان ورودی کنترلی آن مرحله استفاده می‌شود. ماتریس‌های  $Q$  و  $R$  در واقع توابع وزنی هستند که ماتریس  $Q$  روی حالت‌های سیستم و ماتریس  $R$  روی ورودی‌های سیستم عمل می‌کند.

#### ۴- کنترل پیش‌بین مقید (جان میسیجاوسکی)

متغیرهای سیستم همواره به دلیل وجود محدودیت‌های فیزیکی موجود مقید می‌گردند. که این قیود بر روی ورودی‌ها و متغیرهای حالت به صورت زیر پیاده‌سازی می‌گردند.

$$u_{low} \leq u_i \leq u_{high}, \quad i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (۱۴)$$

$$y_{low} \leq y_i \leq y_{high}, \quad i = 0, 1, \dots, N$$

حال با در نظر گرفتن  $y_i = Cx_i$ ، نامساوی‌های بالا را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -C \\ +C \end{pmatrix} x_i + \begin{pmatrix} -I \\ +I \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u_i \leq \begin{pmatrix} -u_{low} \\ +u_{high} \\ -y_{low} \\ +y_{high} \end{pmatrix} \quad \text{for } i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (۱۵)$$

قیود ورودی و خروجی به صورت یک مجموعه‌ی خطی به صورت کلی شکل زیر را دارند:

$$\begin{aligned} M_i x_i + E_i u_i &\leq b_i \quad \text{for } i = 0, 1, \dots, N-1 \\ M_N x_N &\leq b_N \end{aligned} \quad (۱۶)$$

با توجه به مباحث مطرح شده مساله بهینه‌سازی را فرمول‌بندی نموده و با استفاده از دستور quadprog مساله بهینه‌سازی مقید را حل می‌نماییم.

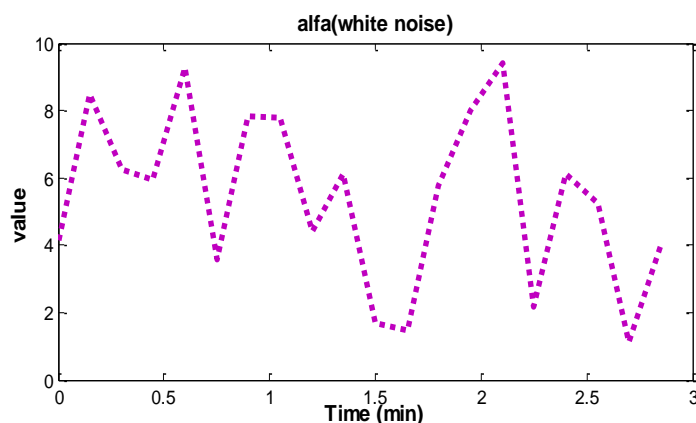
### ۵- شبیه سازی

حال با در نظر گرفتن پارامترهای نامعینی آلفا و بتا در محدوده  $1 \leq \alpha \leq 10$  و  $1 \leq \beta \leq 10$  و قیود ورودی  $|\bar{F}_c| \leq 1.5 m^3 / \text{min}$  و  $|\bar{C}_{AF}| \leq 0.5 kmol / m^3$  و در نظر گرفتن شرایط زیر کنترل کننده طراحی شده را شبیه سازی

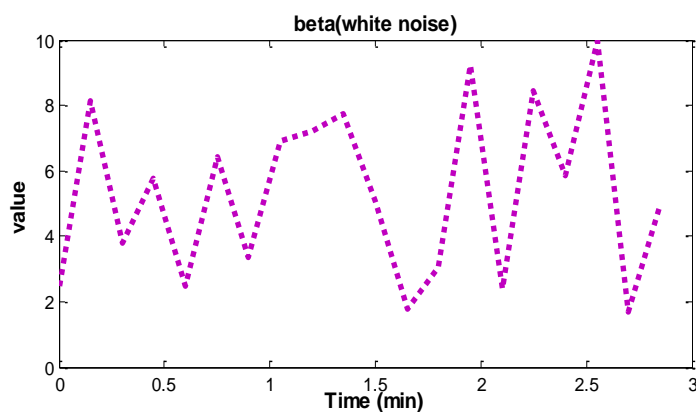
می کنیم:

$$\lambda = 0.1, \quad Q = 10, \quad N = 2, \quad X(0) = [0.05 \quad 0]^T$$

در شکل شماره ۲ و شکل شماره ۳ نمودار پارامترهای نامعینی آلفا و بتا ترسیم شده است.



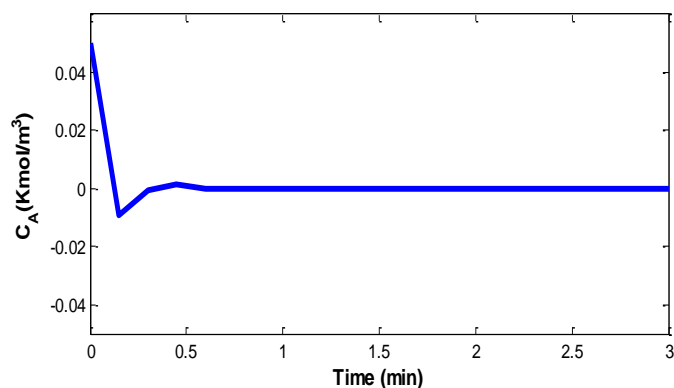
شکل شماره ۲. نمودار مربوط به آلفا



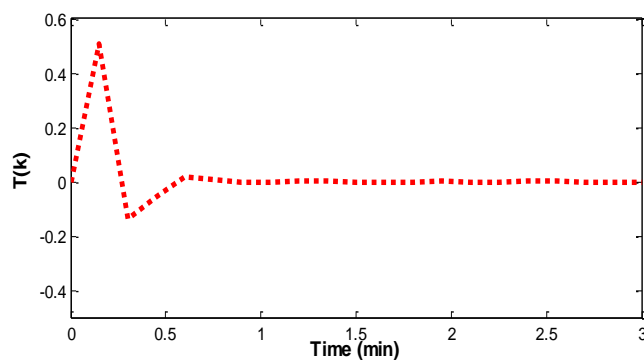
شکل شماره ۳. نمودار مربوط به بتا

همان طور که مشاهده می شود آلفا و بتا نویز سفید در نظر گرفته شده اند، و می توانند هر مقدار دلخواه بین ۱ تا ۱۰ را اختیار کنند.

همچنین در شکل شماره ۴ و شکل شماره ۵ نمودار حالت های سیستم حلقه بسته ترسیم شده است:



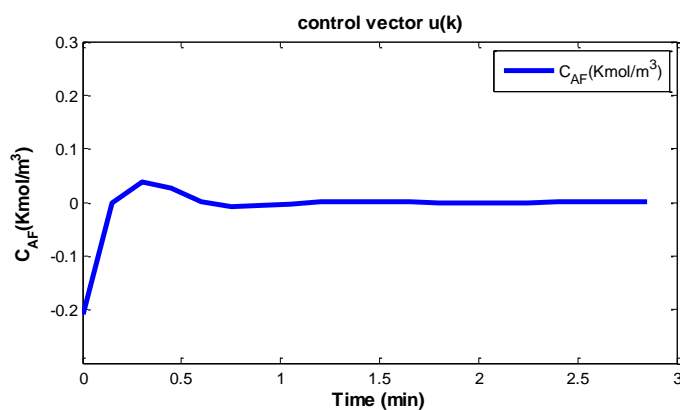
شکل شماره ۴. نمودار غلظت A در راکتور



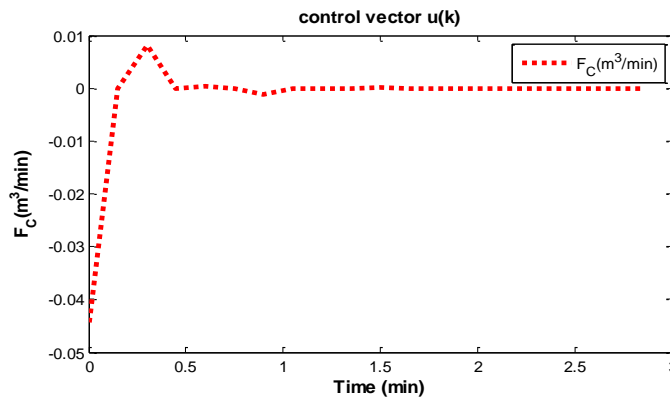
شکل شماره ۵. نمودار درجه حرارت راکتور

مشاهده می‌شود کنترل‌کننده پیش‌بین طراحی شده جهت کنترل سیستم‌های دارای نامعینی و دارای قیود به خوبی عمل می‌کند.

در شکل شماره ۶ و شکل شماره ۷ نمودارهای ورودی‌های کنترلی ترسیم شده است:



شکل شماره ۶. غلظت خوراک A



شکل شماره ۷. جریان خنک کننده

در نمودارهای بردارهای کنترلی نیز به وضوح مشخص است که زمانی که سیستم به نقطه تعادل می‌رسد، بردارهای کنترلی به سمت صفر نزدیک می‌شوند.

#### ۶- نتیجه گیری

همان‌گونه که مشاهده گردید کنترل‌کننده پیش‌بین انباشته به خوبی توانست سیستم را در حضور عدم قطعیت پارامتری از نوع نویز سفید و همچنین وجود قیود ورودی پایدار کرده و به سمت نقطه تعادل سوق دهد. نتایج ارائه شده در این مقاله نشان از توان بالای کنترل‌کننده پیش‌بین در برخورد با مسائل دارای نامعینی و قیود دارد. همچنین کنترل‌کننده پیش‌بین با سرعت و هزینه کنترلی کمتری نسبت به برخی از کنترل‌کننده‌ها می‌تواند حالت‌های سیستم را پایدار کند.

#### منابع

A.Agalya (2013). concentration control of continuous stirred tank reactor using particle swarm optimization algorithm. Transactions on Engineering and Sciences.

Anna Vasičkaninová, Monika Bakošová. Robust control of a chemical reactor with uncertainties". Institute of Information Engineering, Automation and Mathematics, Faculty of Chemical and Food Technology, Slovak University of Technology.

Ashutosh Kumar Mishra (2014). H-Infinity Controller Design for a Continuous Stirred Tank Reactor., International Journal of Electronic and Electrical Engineering.

Fayez Areed, Mostafa A. El-Hosseini, M S Saraya (2014). Temperature Control For A Chemical Reactor Using A New Genetic Algorithm., Mansoura, Egypt.

Hong Man, cheng shao (2012). Nonlinear Predictive Adaptive Controller for CSTR Process.



Journal of Computational Information Systems.

Jan Maciejowski, Predictive Control with Constraints. In : Predictive Control.

K.Prabhu, V. Murali Bhaskaran (March 2012). Optimization of a Control Loop Using Adaptive Method. International Journal of Engineering and Innovative Technology 1(3).

Pornchai Bumroongsri, Soorathep Kheawhom (2012). An off-line robust MPC algorithm for uncertain polytopic discrete-time systems using polyhedral invariant sets. Journal of Process Control, Bangkok, Thailand.

Rubi (2015). Temperature control of CSTR using PID Controller. International Journal Of Engineering And Computer Science.

S.Boobalan, K.Prabhu,V.Murali Bhaskaran (December 2013). Fuzzy Based Temperature Controller For Continuous Stirred Tank Reactor. International Journal of Advanced Research in Electrical,Electronics and Instrumentation Engineering 2(12).

Veronica Olesen, Claes Breitholtz,Torsten Wik (July 2008). Tank Reactor Temperature Control using Quantitative Feedback Theory. The International Federation of Automatic Control.

# Temperature and Concentration Control Of Continuous Stirred Tank Reactor Using Model Predictive Controller

R. Tayebi, A. Farmanbordar

*Islamic Azad University, Boroujerd Branch*

---

## Abstract

In industry, there are many nonlinear processes, which can not be controlled by classical methods. The Continuous Stirred Tank Reactor system (CSTR) is a complex nonlinear system. Due to its strong nonlinear behavior, the problem of identification and control of CSTR is always a challenging task for control systems engineer. Model-based predictive control is a very useful method of controlling the non-linear process that in addition to having a very high efficiency, it is very easy to generalizing it to multivariate state with interference, or restrictions on the controller and the controlled variables and other feature dynamics such as slow dynamics and reverse response.

In this thesis, control of a continuous stirrer reactor where an exothermic reaction takes place is examined.

The thesis aims to control the temperature and the concentration of a continuous stirred reactor (CSTR) in the presence of uncertainty and input constraints. The heat generated in this reaction is removed through a cooling coil with lower temperature than the reactor. The prediction controller is used to control the temperature and concentrations of this process.

**Keywords:** Continuous stirred tank reactor (CSTR) , Predictive controller , Uncertainty , Constraint

---