

## یک مدل یکپارچه برنامه ریزی تولید و کنترل موجودی برای کالاهای فسادپذیر با در نظر گرفتن تاثیر قیمت بر تقاضا

احسان واعظی<sup>۱</sup>، سید محمد حاجی مولانا<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم تحقیقات تهران، ایران

<sup>۲</sup> استادیار گروه صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم تحقیقات تهران، ایران

### چکیده

در اکثر مدل های کنترل موجودی فرض می شود که اقلام در زمان نامحدود می توانند برای برآورده کردن تقاضای آینده ذخیره شوند و کیفیت و کمیت آن ها در طول زمان تغییر نمی کند. با این وجود انواع خاصی از محصولات وجود دارند که در طول زمان غیر قابل استفاده می شوند. در این مقاله مساله برنامه ریزی تولید و چیدمان انبار را برای یک مورد واقعی بصورت توأم بررسی می کنیم که در آن یک کارخانه معمولاً با یک چالش برای پیدا کردن فضای کافی برای تولید و مدیریت اقلام در انبار مواجه می گردد. برای حل این مشکل یک مدل یکپارچه برای تولید و مدیریت انبارداری ارائه شده است. ما در این مقاله یک مدل برنامه ریزی غیرخطی عدد صحیح مختلط را با هدف حداقل کردن کل هزینه های تولید، راه اندازی، رزرو انبار، نگه داری، حمل و نقل و جریمه دیرکرد برای این مشکل با در نظر گرفتن مسئله فسادپذیری کالا در نظر می گیریم که در نهایت منجر به حل مشکل این کارخانه گردید. مدل ارائه شده در این مقاله یک مدل جامع با تقاضای غیر احتمالی و موجودی پویا است و با استفاده از تابع کوب-داگلاس تاثیر قیمت بر تقاضا در نظر گرفته شده است.

**واژه های کلیدی:** چیدمان انبار، برنامه ریزی تولید، برنامه ریزی عدد صحیح غیر خطی، کنترل موجودی، کالای فسادپذیر

## ۱- مقدمه

مشکل چیدمان بهینه انبار یکی از مهمترین مشکلات مدیریت انبار می باشد. چیدمان موثر انبار می تواند به کاهش هزینه های عملیاتی منجر شود. مشکل انبار در این مقاله تعیین مکان برای آیت های مختلف تولیدی می باشد. برنامه ریزی تولید فرآیند تعیین چگونگی استفاده و تخصیص منابع برای رضایت خواسته های مشتری است و مشکل چیدمان انبار مربوط به برنامه ریزی میان مدت می باشد که تصمیم می گیرد چه مقدار تولید برای هر محصول در هر دوره دسته بندی شود تا هزینه های تولید، راه اندازی و موجودی حداقل شود. معمولاً مشکلات انبار و مشکلات برنامه ریزی تولید جداگانه مورد تجزیه و تحلیل قرار می گیرد این در حالی است که فضای انبار یکی از کلیدی ترین منابع تولید می باشد و افزایش استفاده از فضای انبار می تواند منجر به تولید بیشتر و افزایش سود گردد. برنامه ریزی تولید فرآیند تصمیم گیری در مورد منابعی است که سازمان برای عملیات تولید آینده به آن ها نیاز دارد و نیز تخصیص این منابع برای تولید محصول مورد نظر در تعداد مشخص و با کمترین هزینه است. هدف از برنامه ریزی تولید، مدل سازی و ارائه برنامه تولیدی برای یک کارخانه بر اساس محدودیتهای تقاضا، ظرفیت تولید، انبار، بودجه و ... است. در این مقاله ما مطالعه ای در خصوص یک شرکت غذایی در دنیای واقعی انجام داده ایم که تولید و بسته بندی محصولات غذایی فاسدشدنی را انجام می دهد. این شرکت معمولاً با چالش فضای مناسب برای محصولات و مدیریت کالاها در انبار مواجه می شود. عدم هماهنگی بین برنامه ریزی تولید و مدیریت انبار منجر به ناکارآمدی قابل توجهی در هردو بخش تولید و انبار شده است. لذا در این مقاله یک برنامه ریزی تولید را بررسی می کنیم که در آن فضای انبار بعنوان یک منبع در نظر گرفته شده است. براین اساس ما یک استراتژی جامع یکپارچه را جهت هماهنگی فرآیند تولید و چیدمان انبار پیشنهاد می کنیم. مساله موجودی اقلام فاسد شدنی اولین بار توسط ویتین و واگنر در انتهای دوره مورد بررسی قرار گرفته است (وی، ۱۹۹۳). از جمله مقالات مروری که در زمینه فسادپذیری محصولات منتشر شده است، می توان به کار باکر و همکاران اشاره کرد که در این مقاله به مرور ادبیات مقالات مرتبط با مبحث فسادپذیری از سال ۲۰۰۱ تاکنون با در نظر گرفتن فرضیه تک محصولی و یا چند محصولی بودن، پرداخته شده است (بیکر و همکاران، ۲۰۱۲). از دیگر مقالاتی که در آن، به در نظر گرفتن فرضیه فسادپذیری محصولات پرداخته شده است، می توان به مقاله میرزازاده (میرزازاده و همکاران، ۲۰۰۶) و همچنین جولای و همکاران (جولای و همکاران، ۲۰۱۱) اشاره کرد. مشکل چیدمان انبار بطور گسترده در تحقیقات بررسی شده است ولی چیدمان انبار با برنامه ریزی تولید در یک مدل بررسی نشده است که ما این کار را در این مقاله برای کالاهای فاسد شدنی انجام می دهیم. در سال ۲۰۰۸ یک مطالعه برای تعیین اندازه دسته های تولیدی انجام شد و چهار مدل مطرح گردید که این مدل ها اثر اندازه دسته، زمانبندی و محدودیت ذخیره سازی را در تولید نشان دادند (جان و همکاران، ۲۰۰۸). در یک مطالعه در سال ۱۹۷۶ مشکل موجودی برای چندین محصول جهت حداکثر کردن سرمایه گذاری با حداقل فضا بررسی شد (پیگ و همکاران، ۱۹۷۶). مطالعه دیگری در سال ۲۰۰۸ مربوط به سیستم های موجودی، زمانی که سطح موجودی محدود باشد انجام گرفته است (لیو و همکاران، ۲۰۰۸). همچنین در سال ۲۰۱۰ یک مطالعه دیگر روی چیدمان انبار انجام شد (ژانگ و همکاران، ۲۰۱۰). ولی در هیچ یک از مطالعات ذکر شده چیدمان انبار در کنار برنامه ریزی تولید در نظر گرفته نشده است. مشکل چیدمان انبار برای تعیین مکان فیزیکی در بخش ذخیره سازی برای اقلام ورودی وقتی مورد توجه قرار می گیرد که نیازمند ذخیره سازی و بازیافتن باشیم. طرح ذخیره سازی کارآمد می تواند هزینه را کاهش داده و بهترین استفاده را از فضای انبار به ما بدهد (دی کوستر و همکاران، ۲۰۰۷). با توجه به قوانین مختلف مورد استفاده برای اختصاص اقلام در انبار، یک سیستم انبار می تواند منجر به سیاست هایی شود به عنوان مثال سیاست تخصیص انبار (جو و همکاران، ۲۰۰۷). تعداد قابل توجهی از مطالعات درباره سیاست تخصیص انبار در محیط های مختلف انبار انجام شده است برای نمونه در سال ۱۹۹۸ یک بررسی در یک انبار انجام شد و مدل توسعه یافته ای با استفاده از مکعب برای تخصیص انبار بدست آمد (مالبرگ و همکاران، ۱۹۸۸). در زمینه برنامه ریزی تولید نیز کارهای وسیعی انجام گرفته است برای نمونه در سال ۲۰۰۲ یک مطالعه روی برنامه ریزی کوتاه مدت و بلند مدت برای نشان دادن گزینه های مختلف کاهش زمان سفارش انجام شد که در آن چیدمان انبار در نظر گرفته نشده است (زنگ و همکاران، ۲۰۰۲). با بررسی های انجام شده در این مقاله فقط در یک

مطالعه برنامه ریزی تولید در کنار چیدمان انبار در سال ۲۰۱۶ انجام گرفته است (ژانگ و همکاران، ۲۰۱۶)؛ که مدل ارائه شده در این مقاله در مقایسه با آن جامعیت بیشتری دارد و هزینه و پارامترهای بیشتری را در نظر گرفته است. مدل این مقاله غیرخطی است در حالی که مقاله مذکور دارای مدل خطی می باشد و برای یک سیستم pull طراحی شده است. مقاله حاضر به بررسی یک سیستم push می پردازد و قابلیت تعمیم به حالت pull را نیز دارا می باشد و برای هر نوع کارخانه با هر تعداد محصول و انبار و پریود زمانی قابل اجرا می باشد. مطالعه انجام شده در سال ۲۰۱۶ مربوط به کالاهای فساد ناپذیر بوده در حالی که مقاله حاضر مسئله فساد پذیری را نیز در نظر گرفته است. علاوه بر این تقاضا در مقاله مذکور معلوم و مشخص فرض شده است در حالی که در این مقاله با استفاده از تابع کوب-داگلاس تاثیر قیمت را بر تقاضا در نظر گرفته شده است. در ادامه این مقاله به بیان مسئله، مدل سازی برنامه ریزی غیر خطی عدد صحیح مختلط، روش حل مدل و گزارش نتایج می پردازیم.

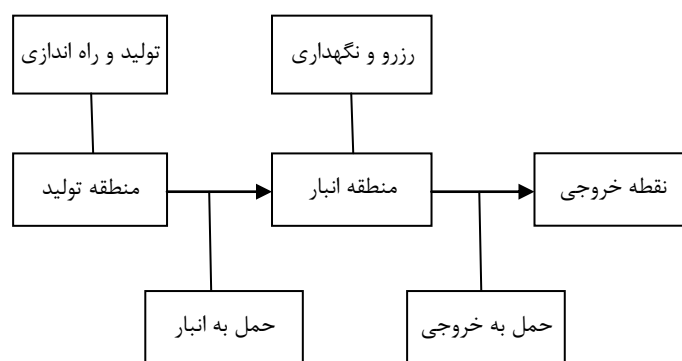
## ۲- تعریف مسئله

یک کارخانه تهیه مواد غذایی با مشکل کمبود فضا برای چیدمان اقلام در انبار مواجه شده است. هدف این کارخانه سازماندهی مجدد انبار و مشخص کردن اینکه آیا آنها فضای کافی برای ذخیره سازی هر محصول در هر دوره زمانی جهت پاسخگویی به تقاضاهای مشتری را دارند یا نه می باشد که این مسئله برای رشد آینده شرکت اثربخش است. شکل زیر جریان اقلام را از منطقه تولید به نقطه خروجی نشان می دهد. در محوطه تولید ۸ خط تولید جهت اقلام مختلف وجود دارد و محدوده انبار نیز شامل چندین انبار با فاصله های مختلف در یک محدوده می باشد.

برنامه ریزی تولید روی چیدمان همه اقلام در انبارها در هر دوره زمانی با در نظر گرفتن محدودیت های ظرفیت تصمیم می گیرد و با در نظر گرفتن هزینه های تولید، راه اندازی، رزرو، نگهداری، حمل و نقل و جریمه دیرکرد سفارش بهترین برنامه ممکن را در افق برنامه ریزی تعیین می کند. در این مسئله منطقه تولید دارای هزینه های تولید و راه اندازی می باشد. منطقه انبار نیز دارای هزینه های رزرو انبار و نگهداری اقلام می باشد. هزینه حمل و نقل در هر زمان که یک محصول توسط کامیون حمل شود از نقطه تولید به محل انبار حساب می شود. هر مکان ذخیره سازی دارای آدرس منحصر به فرد خودش می باشد و هزینه حمل و نقل با فاصله از نقطه تولید تا انبار متناسب است. هزینه حمل و نقل شامل انتقال از انبار به نقطه خروجی با شرایط ذکر شده هم می شود. هزینه تولید هر قلم جنس معلوم و هزینه راه اندازی مربوط به مقدار زمان صرف شده اپراتور ماشین جهت تولید می باشد. حقوق اپراتور برحسب هر ساعت کارکرد می باشد و بوسیله مقدار زمان مورد نیاز برای عملیات نصب تعیین می شود. موجودی نیز از روی اقلام باقیمانده در انتهای هر پریود در انبار محاسبه می شود. تقاضا برای هر محصول پیش بینی شده و معلوم است با این حال برنامه ریزی جاری قادر به فراهم کردن فضای مورد نیاز نمی باشد. سیاست بهینه کردن هزینه مشتمل بر هزینه تولید و راه اندازی، رزرو و نگهداری، حمل و نقل از محل تولید به انبار و از انبار به نقطه خروجی و همچنین جریمه دیرکرد می باشد. در این کارخانه گاهی اوقات به دلیل گم شدن اقلام که ناشی از اشتباهات کارمند یا عدم دید کالا در انبار است منجر به تولید اضافی می شود و تولید اضافی هزینه های نگهداری، حمل و نقل را به کارخانه اضافه می کند و همچنین باعث افت کیفیت محصولات به دلیل ماندگی می شود. در هر سازمان تولیدی، برنامه ریزی تولید قلب حرکت و موتور محرکه سازمان است. هماهنگی واحدهای مختلف از جمله فروش و تولید، تأمین موارد مورد نیاز تولید، برنامه ریزی و صدور دستور کار و... از مأموریت های واحد برنامه ریزی تولید بوده و اجرای درست و به موقع آن ها نیازمند وجود سیستم جامعی است که بتوان به وسیله آن بر اساس اطلاعات سازمان، برنامه ریزی کرد.

این شرکت چند راه حل را برای استفاده بهینه از فضا مورد بررسی قرار داد که از جمله آن سازماندهی مجدد انبارها جهت افزایش دید و مهمتر از آن یک پیشنهاد برای ترکیب برنامه ریزی تولید با تخصیص محل ذخیره سازی ارائه شد که منجر به این مقاله گردید. در شرکت های تولیدی برنامه ریزی تولید در سطح بالای مدیریت تولید قرار دارد و در موفقیت مدیریت تولید نقش بسیار مهمی دارد زیرا عملکردش بطور موثری کارایی سیستم را بالا می برد (آلوین و همکاران، ۲۰۰۹). بازار تولید به

سمت کوتاه شدن زمان تدارک پیش می رود تا از کوتاه شدن زمان تحویل به مشتری اطمینان حاصل کند (سلک و همکاران، ۲۰۱۴). لذا در این مطالعه برای مدل پیشنهادی جریمه دیرکرد در نظر گرفته شده است. از مزایای مهم جریمه دیرکرد می توان به این نکته اشاره کرد که گاهی یک جریمه کوچک در سیستم باعث می شود در نهایت هزینه های کلی مجموعه کاهش یابد (چن، ۲۰۱۵). در این مورد فرض کنید اگر هزینه نگهداری کالایی در یک دوره زمانی خیلی زیاد باشد تولید کالا در آن دوره به صرفه نمی باشد برای همین ترجیح کارخانه پرداخت جریمه دیرکرد کالا در آن دوره زمانی و تولید آن در پریود زمانی دیگر است (هوانگ، ۲۰۱۶). شکل زیر روند تولید تا تحویل کالا را نشان می دهد که ما در ادامه این مقاله بصورت پارامتری مدل جامع را بدست می آوریم و در مرحله بعد مدل را ساده کرده و در نرم افزار گمز کدنویسی می کنیم سپس با استفاده از اطلاعات این کارخانه یک مثال عددی را حل نموده و نتایج را بدست می آوریم و در انتها به ارزیابی و تجزیه و تحلیل نتایج می پردازیم



شکل ۱- جریان تولید از منطقه تولید تا نقطه خروجی

### ۳-مدل سازی

#### ۳-۱- مفروضات اساسی مدل

- تقاضا تابعی است از قیمت و با استفاده از تابع کوب-داگلاس به صورت زیر در نظر گرفته شده است
$$D_{it} = k_i p_{it}^{-b_i}$$
- افق زمانی یک ساله در نظر گرفته شده است.
- اگر تقاضا بیش از موجودی باشد برای هر پریود جریمه دیرکرد تحویل در نظر گرفته می شود.
- جریمه دیرکرد پریودهای زمانی مختلف است و از قبل معلوم شده است.
- چند محل ذخیره به عنوان انبار با فواصل مختلف ولی در یک محدوده در نظر گرفته شده است.
- هر انبار جهت استفاده باید برای افق برنامه ریزی رزرو شده باشد.
- از کامیون برای انتقال اقلام استفاده می شود و هزینه حمل و نقل متناسب با فاصله است.
- هر نوع از محصول تولیدی فقط در یک انبار قرار می گیرد.
- هزینه های تولید و راه اندازی معلوم است. هزینه راه اندازی متناسب با زمان صرف شده توسط اپراتور برای آماده سازی است.
- مکانیزم تقاضا push می باشد.
- واحد تقاضا کامیون می باشد و در صورت کسری، باقیمانده تقاضا می تواند در پریودهای زمانی بعدی تامین گردد.
- فرض بر این است همیشه کامیون جهت حمل از محل تولید به انبار و از انبار به نقطه خروجی موجود می باشد.
- موجودی در پایان هر پریود محاسبه می شود.

- فرض بر این است کالایی در منطقه تولید باقی نمی ماند.
- فرض بر این است مشتری امکان دریافت تقاضا را در پیش از موعد مقرر ندارد.
- کالاهای تولیدی بعد از گذشت دو پریود زمانی شروع به افت کیفیت می کند و فاسد می شوند. ولی فرض بر این است در طول دو پریود زمانی در انبار دچار افت کیفیت نمی شوند

### ۳-۲- نمادها

پارامترهای مدل ارائه شده شامل: تعداد اقلام، مکان های ذخیره سازی، پریود زمانی، تقاضای پیش بینی شده، هزینه های تولید، هزینه های راه اندازی، هزینه های رزرو انبار، هزینه های نگهداری و هزینه دیرکرد می باشند که بصورت زیر تعریف می شوند:

$I$ : شاخص اقلام تولیدی

$L$ : شاخص انبار

$t$ : شاخص پریود در افق برنامه

$R^L$ : هزینه رزرو انبار  $L$  ام

$O^L$ : هزینه حمل از انبار  $L$  ام به خروجی

$P^L$ : هزینه حمل از محل تولید به انبار  $L$  ام

$h_t^i$ : هزینه نگهداری کالای  $i$  ام در دوره  $t$  ام

$c_t^i$ : هزینه تولید کالای  $i$  ام در دوره  $t$  ام

$u_t^i$ : هزینه راه اندازی کالای  $i$  ام در دوره  $t$  ام

$d_t^i$ : تقاضای مورد نیاز کالای  $i$  ام در دوره  $t$  ام

$v_t^i$ : ظرفیت کالای  $i$  ام در دوره  $t$  ام

$x_t^i$ : مقدار تولید کالای  $i$  ام در دوره  $t$  ام

$s_t^i$ : سطح موجودی کالای  $i$  ام در پایان دوره  $t$  ام

$z_t^i$ : جریمه دیرکرد یک ماشین کالای  $i$  ام در دوره  $t$  ام

$a_t^i$ : تعداد ماشین هایی که در دوره  $t$  از محل تولید برای کالای  $i$  به انبار می روند

$b_t^i$ : تعداد ماشین هایی که در دوره  $t$  از انبار برای کالای  $i$  به نقطه خروجی می روند

$k_t^i$ : اگر در دوره  $t$  تقاضا بیش از موجودی باشد برابر ۱ و در غیر اینصورت برابر ۰ است

$y_t^i$ : اگر کالای  $i$  در دوره  $t$  تولید شود برابر ۱ و در غیر اینصورت برابر ۰ است

$w_t^{iL}$ : اگر در دوره  $t$  کالای  $i$  حرکت کند و به انبار  $L$  برود برابر ۱ و در غیر اینصورت برابر ۰ است

$q_t^{iL}$ : اگر در دوره  $t$  کالای  $i$  از انبار  $L$  حرکت کند و به نقطه خروجی برود برابر ۱ و در غیر اینصورت برابر ۰ است

$n_t^{iL}$ : اگر در دوره  $t$  کالای  $i$  در انبار  $L$  موجود باشد برابر ۱ و در غیر اینصورت برابر ۰ است

$Z^{iL}$ : اگر انبار  $L$  در افق زمانی برای کالای  $i$  رزرو شده باشد برابر ۱ و در غیر اینصورت ۰ است

$f_t$ : محدودیت منابع از قبیل بودجه و خرابی

$M$ : مقدار بزرگ

### ۳-۳- تابع هدف

برای این مسئله تابع هدف را به پنج ترم تقسیم می کنیم که ترم اول هزینه رزرو محل های ذخیره سازی برای کالای  $i$  می

باشد و برابر است با:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L R^L z^{iL}$$

ترم دوم شامل تمام هزینه های مرتبط با برنامه ریزی تولید، راه اندازی و نگهداری موجودی می باشد که برابر است با:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T (c_t^i x_t^i + u_t^i y_t^i + h_t^i s_t^i)$$

ترم سوم مربوط به حمل و نقل از محل تولید تا محل ذخیره سازی می باشد که برابر است با:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L \sum_{t=1}^T a_t^i p^L w_t^{iL}$$

ترم چهارم مربوط به هزینه حمل و نقل از مکان ذخیره سازی به نقطه خروجی می باشد که برابر است با:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L \sum_{t=1}^T b_t^i o^L q_t^{iL}$$

و در نهایت ترم پنجم مربوط به جریمه دیرکرد تحویل کالا می باشد که برابر است با:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T j_t^i * k_t^i \left( \sum_{m=1}^I (d_m^i - b_m^i) \right)$$

اگر پنج ترم بالا را در یک تابع هدف در نظر بگیریم هدف مینیمم کردن تمام هزینه ها است که منجر به استفاده از فضای بهینه انبار می گردد. لازم به یادآوری می باشد که چون فاسد شدن کالاها در انبار در نظر گرفته شده است جواب بهینه حالتی است که تولیدات در دوره های مختلف زمانی با در نظر گرفتن جریمه دیرکرد و این نکته که محصولات تولیدی در هر دوره حداکثر تا دو دوره آینده می تواند در انبار قرار گیرد برنامه ریزی می شود. منظور از دوره زمانی برای هر مورد می تواند روز، هفته، ماه و یا موارد دیگر در نظر گرفته شود. تابع هدف مسئله به شکل زیر در می آید:

$$Z = \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T (c_t^i x_t^i + u_t^i y_t^i + h_t^i s_t^i) + \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L \sum_{t=1}^T a_t^i p^L w_t^{iL} + \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L \sum_{t=1}^T b_t^i o^L q_t^{iL} + \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L R^L z^{iL} + \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T j_t^i * k_t^i \left( \sum_{m=1}^I (d_m^i - b_m^i) \right) \quad (1)$$

### ۳-۴- محدودیت ها

هر انبار در افق زمانی فقط برای یک نوع محصول رزرو شده است

$$\sum_{i=1}^I z^{iL} = 1 \quad \forall L \quad (2)$$

$$\sum_{l=1}^L z^{iL} = 1 \quad \forall i \quad (3)$$

از انبار L ام فقط یک نوع محصول خارج می شود

$$\sum_{l=1}^L q_t^{iL} \leq 1 \quad \forall i \forall t \quad (4)$$

در انبار L ام فقط یک نوع کالا از محل تولید قرار می گیرد

$$\sum_{l=1}^L w_t^{il} \leq 1 \quad \forall i \forall t \quad (5)$$

در صورتی می توان به انبار L ام کالای i ام را فرستاد که این انبار برای کالای i رزرو شده باشد

$$w_t^{il} \leq z^{il} \quad \forall i \forall L \forall t \quad (6)$$

در صورتی که در انبار L ام کالای i ام می تواند موجود باشد که رزرو شده باشد

$$n_t^{il} \leq z^{il} \quad \forall i \forall L \forall t \quad (7)$$

در صورتی می توان از انبار L ام خروجی داشت که رزرو شده باشد

$$q_t^{il} \leq z^{il} \quad \forall i \forall L \forall t \quad (8)$$

مقدار تولید کالای i ام برابر تعداد کامیون خارج شده از منطقه تولید است واحد تولید کامیون در نظر گرفته شده است

$$x_t^i = a_t^i \quad \forall i \forall t \quad (9)$$

در صورتی محصول i ام به انبار فرستاده می شود که در دوره t ام تولید شده باشد

$$\sum_{l=1}^L w_t^{il} \leq M y_t^i \quad \forall i \forall t \quad (10)$$

موجودی نباید در هیچ دوره ای بیش از ظرفیت کالای i ام باشد

$$s_t^i \leq v_t^i \quad \forall i \forall t \quad (11)$$

$$s_t^i = \sum_{t=1}^t (a_t^i - b_t^i) \quad \forall i \forall t \quad (12)$$

ظرفیت انبارها ممکن است در صورتی که کالای i ام تولید شود به دلایلی مانند تعمیرات محدود شود

$$\sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L v_t^i w_T^{il} \leq f_t \quad \forall t \quad (13)$$

مجموع تولید همواره از مجموع تحویل بیشتر است

$$\sum_{t=1}^I a_t^i \geq \sum_{t=1}^I b_t^i \quad \forall i \forall t \quad (14)$$

$$\sum_{t=1}^T a_t^i = \sum_{t=1}^T b_t^i \quad \forall i \quad (15)$$

اگر کالای i ام تولید شد باید به انبار برود و برعکس

$$\sum_{l=1}^L w_t^{il} \leq a_t^i \quad \forall i \forall t \quad (16)$$

$$a_t^i \leq M * \sum_{l=1}^L w_t^{il} \quad \forall i \forall t \quad (17)$$

اگر کالای i ام به نقطه خروجی رفت پس حتما باید از یک انبار بیاید و برعکس

$$\sum_{l=1}^L q_t^{il} \leq b_t^i \quad \forall i \forall t \quad (18)$$

$$b_t^i \leq M * \sum_{l=1}^L w_t^{il} \quad \forall i \forall t \quad (19)$$

در افق برنامه ریزی باید تقاضا تامین شود

$$\sum_{t=1}^T b_t^i = \sum_{t=1}^T d_t^i \quad \forall i \quad (20)$$

محدودیت جریمه هم به شکل زیر می باشد

$$k_t^i \leq \sum_{t=1}^t (d_t^i - b_t^i) \quad \forall i \forall t \quad (21)$$

$$\sum_{t=1}^t (d_t^i - b_t^i) \leq M * k_t^i \quad \forall i \forall t \quad (22)$$

محدودیت مربوط به فاسد شدن کالاها هم به این صورت می باشد که مقدار تولید در هر دوره باید نهایتاً تا دو دوره بعد تحویل داده شود پس:

$$\sum_{t=1}^t a_t^i \leq \sum_{t=1}^{t+2} b_t^i \quad \forall i \forall t \quad (23)$$

و در نهایت محدودیت مربوط به متغیرها را اعمال می کنیم

$$q_t^{iL}, w_t^{iL}, z_t^{iL}, n_t^{iL}, y_t^i, k_t^i \in [0,1] \quad \forall i \forall L \forall t \quad (24)$$

برای مدل کردن مسئله از یک تابع هدف، ۲۳ محدودیت، ۱۷ متغیر عدد صحیح و ۶ متغیر باینری استفاده شده است که با در نظر گرفتن جریمه دیرکرد، فسادپذیری، خرابی یا محدودیت منابع در کلی ترین حالت یک مسئله برنامه ریزی تولید و کنترل موجودی می باشد.

### ۳-۵- محاسبه مقدار تقاضای هر دوره برای هر کالا

کارخانه مذکور برای افق برنامه ریزی یکساله ۶ پرپود زمانی در نظر گرفته است و این کارخانه ۵ نوع محصول مختلف تولید می کند. همچنین رابطه بین قیمت و تقاضا در این مقاله به صورت زیر در نظر گرفته شده است

$$D_{it} = k_i p_{it}^{-(b_i)}$$

براساس داده های گذشته و با استفاده از رابطه بالا مقادیر  $k_i$  و  $b_i$  محاسبه شده است. جدول زیر مقدار تقاضای پیش بینی شده را برای هر دوره زمانی و برای هر محصول به تفکیک نشان می دهد.

جدول ۱-مقادیر تقاضای هر کالا

محصول	K	B	قیمت هر دوره	تقاضا هر دوره
۱	۱۲	۲	۲-۱/۷-۱/۷-۱/۵-۱/۴-۱/۷	۳-۴-۴-۵-۶-۴
۲	۲۴	۲	۳/۵-۲-۴/۹-۲/۴-۲/۸-۲/۴	۲-۶-۱-۴-۳-۴
۳	۱۸	۲	۲/۱-۱/۹-۲/۵-۱/۹-۱/۹-۲/۵	۴-۵-۳-۵-۵-۳
۴	۱۶	۱	۲/۶-۳/۲-۲/۶-۲/۶-۵/۳-۲/۶	۶-۵-۶-۶-۳-۶
۵	۲۰	۲	۱/۷-۲/۶-۱/۷-۴/۴-۱/۸-۲/۲	۷-۳-۷-۱-۶-۴

### ۴-روش حل مسئله

مدلسازی مسئله در نهایت به شکل زیر درآمد که یک تابع هدف و ۲۳ محدودیت را شامل می شود



$$Z = \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T (c_t^i x_t^i + u_t^i y_t^i + h_t^i s_t^i) + \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L \sum_{t=1}^T a_t^i p^L w_t^{iL} + \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L \sum_{t=1}^T b_t^i o^L q_t^{iL} + \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L R^L z^{iL} + \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T j_t^i * k_t^i (\sum_{m=1}^t (d_m^i - b_m^i))$$

تحت محدودیت های

(۲) و (۳) و (۴) و (۵) و (۶) و (۸) و (۱۰) و (۱۱) و (۱۲) و (۱۳) و (۱۴) و (۱۵) و (۱۶) و (۱۷) و (۱۸) و (۱۹) و (۲۰) و (۲۱) و (۲۲) و (۲۳) و (۲۴)

چون فرض اولیه بر این اساس استوار بوده که واحد تولید کامیون باشد پس محدودیت (۹) خود به خود پابرجا می باشد پس در مدل بالا از آن صرف نظر شده و در تابع هدف هم لحاظ شده است. محدودیت (۷) هم بوسیله محدودیت های (۶) و (۸) تامین می گردد و قابل حذف می باشد.

این مدل یک مدل جامع و کامل با در نظر گرفتن هزینه های تولید، راه اندازی، رزرو انبار، نگهداری، حمل و نقل، جریمه دیرکرد و با در نظر گرفتن مشکلات احتمالی برای کالاهای فاسدشدنی می باشد. محدودیت (۱۳) در این مدل بیانگر انواع مشکلات دیگر نظیر خرابی یا تعمیرات انبار در یک دوره زمانی خاص و یا محدودیت های منابع مالی یا نیروی انسانی می باشد که هر کارخانه در صورت بروز این مشکلات می تواند این محدودیت را به کار ببرد. در این قسمت ما مدل ارائه شده را در حالت خاص و برای کارخانه مورد نظر با شرایط زیر و از طریق نرم افزار گمز حل می کنیم. داده های جدول زیر مربوط به تعداد اقلام تولیدی، تعداد انبارها، تعداد پریودهای زمانی و هزینه ها برای کارخانه مذکور می باشد. همچنین به این علت که تعداد داده های مسئله زیاد می باشد در جدول زیر رنج تغییرات هر متغیر در دوره های زمانی مختلف آورده شده است. به عنوان مثال متغیر  $j_t^i$  جریمه دیرکرد کالاهای مختلف در دوره های زمانی مختلف می باشد که چون این کارخانه ۵ کالا و ۶ دوره زمانی دارد پس ۳۰ مقدار مختلف برای این متغیر خواهیم داشت که از ۷۰ هزار تومان تا ۶۰۰ هزار تومان متغیر می باشد.

## جدول ۲-مقادیر پارامترهای کارخانه

مقدار متغیر مقدار متغیر

$$i \in c_t^i \quad 100 \sim 130$$

$$L \in u_t^i \quad 5 \sim 15$$

$$t \in d_t^i \quad 3 \sim 7$$

$$o^L \in v_t^i \quad 10 \sim 20$$

$$p^L \in j_t^i \quad 70 \sim 60$$

$$R^L \in f_t \quad 700 \sim 900$$

$$h_t^i \in M \quad 20 \sim 25 \quad \text{INF}$$

هزینه ها برای دوره های زمانی مختلف و اقلام مختلف بر حسب ده هزار تومان می باشد. هدف بدست آوردن مقدار تولید و مقدار تحویل در هر دوره زمانی برای هر یک از اقلام تولیدی با در نظر گرفتن تابع هدف که مینیمم کردن کل هزینه ها است می باشد.

با استفاده از نرم افزار گمز مسئله عدد صحیح غیرخطی مختلط را حل نموده و مقادیر مربوط به تولید در هر دوره زمانی بدست آمده که در جدول زیر درج می باشد

## جدول ۳- نتایج حاصل از حل مدل

Z=355090

i,t	a	b	d	s
i1.t1	۳	۳	۳	۰
i1.t2	۴	۴	۴	۰
i1.t3	۰	۰	۴	۰
i1.t4	۹	۹	۵	۰
i1.t5	۱۰	۰	۶	۱۰
i1.t6	۰	۱۰	۴	۰
i2.t1	۲	۲	۲	۰
i2.t2	۰	۰	۶	۰
i2.t3	۱۱	۷	۱	۴
i2.t4	۰	۴	۴	۰
i2.t5	۰	۰	۳	۰
i2.t6	۹	۹	۴	۰
i3.t1	۰	۰	۴	۰
i3.t2	۰	۰	۵	۰
i3.t3	۰	۰	۳	۰
i3.t4	۰	۰	۵	۰
i3.t5	۲۴	۲۱	۵	۳
i3.t6	۰	۳	۳	۰
i4.t1	۰	۰	۶	۰
i4.t2	۰	۰	۵	۰
i4.t3	۲۳	۱۷	۶	۶
i4.t4	۰	۶	۶	۰
i4.t5	۰	۰	۳	۰
i4.t6	۹	۹	۶	۰
i5.t1	۰	۰	۷	۰
i5.t2	۱۰	۱۰	۳	۰
i5.t3	۷	۷	۷	۰
i5.t4	۱	۱	۱	۰
i5.t5	۰	۰	۶	۰
i5.t6	۱۰	۱۰	۴	۰

مقدار بهینه تابع هدف ۳۵۵۰۹ می باشد که چون داده های مدل برحسب ده هزار تومان می باشد پس کل هزینه های تولید در افق یکسال برابر با ۳۵۵۰۹۰۰۰۰ تومان می باشد. مقادیر تولید، موجودی، تقاضا و تحویل کالا در جدول زیر آمده است؛ که بر این اساس کالای یک در پریودهای یک و دو و چهار و پنج، کالای دو در پریود یک و سه و شش، کالای سه در پریود پنجم، کالای چهار در پریود سوم و ششم و نهایتاً کالای پنج باید در پریودهای دو و سه و چهار و شش تولید شود تا با در نظر گرفتن اعداد جدول یک حداقل هزینه را داشته باشیم. در خصوص تحویل کالا از انبار به نقطه خروجی نیز کالای یک در پریودهای یک

و دو و چهار و شش، کالای دو در پریودهای یک و سه و چهار و شش، کالای سه در پریودهای پنج و شش، کالای چهار در

پریودهای سه و چهار و شش و کالای پنج در پریود دو و سه و چهار و شش تحویل داده می شود. همچنین در جدول شماره سه تقاضا و موجودی نیز برای هر قلم کالا در هر پریود زمانی آورده شده است. مقادیر موجودی در این جدول در پایان هر پریود آورده شده است. در برخی پریودهای زمانی مقدار موجودی صفر نشده است این بیانگر این موضوع است که چون هزینه تولید هر کالا در هر پریود زمانی متفاوت می باشد تولید اضافه یک کالا در یک پریود زمانی جهت مینیمم کردن کل هزینه ها می باشد.

جدول شماره چهار مربوط به رزرو انبارها و مسیر حرکت کالاها از محل تولید به انبار و از انبار به نقطه خروجی می باشد. این جدول بیانگر رزرو انبار پنج برای کالای یک، انبار سه برای کالای دو، انبار یک برای کالای سه، انبار دو برای کالای چهار و انبار چهار برای کالای پنجم می باشد. مقادیر ذکر شده برای متغیرهای  $w, q$  در بازه هایی است که مقادیر یک دارند و برای سایر بازه ها مقادیر این متغیرها صفر می باشد که به دلیل حجم زیاد از آوردن آن صرف نظر کرده ایم.

جدول ۴- مقادیر متغیرهای باینری

$i, t, L$	$q$	$i, t, L$	$w$	$i, L$	$z$
i1.t1.L5	۱	i1.t1.L5	۱	i1.L5	۱
i1.t2.L5	۱	i1.t2.L5	۱	i2.L3	۱
i1.t4.L5	۱	i1.t4.L5	۱	i3.L1	۱
i1.t6.L5	۱	i1.t5.L5	۱	i4.L2	۱
i2.t1.L3	۱	i2.t3.L3	۱	i5.L4	۱
i2.t3.L3	۱	i2.t6.L3	۱		
i2.t4.L3	۱	i3.t5.L1	۱		
i2.t6.L3	۱	i4.t3.L2	۱		
i3.t5.L1	۱	i5.t2.L4	۱		
i3.t6.L1	۱	i5.t3.L4	۱		
i4.t3.L2	۱	i5.t4.L4	۱		
i4.t4.L2	۱	i5.t6.L4	۱		
i4.t6.L2	۱				
i5.t2.L4	۱				
i5.t3.L4	۱				
i5.t4.L4	۱				
i5.t6.L4	۱				

جدول ۵- مقادیر متغیرهای باینری

$i, t$	$k$	$y$	$i, t$	$k$	$y$
i1.t1	۰	۱	I3.t4	۱	۰
i1.t2	۰	۱	I3.t5	۰	۱
i1.t3	۱	۰	I3.t6	۰	۰
i1.t4	۰	۱	I4.t1	۱	۰
I1.t5	۱	۱	I4.t2	۱	۰
I1.t6	۰	۰	I4.t3	۰	۱
i2.t1	۰	۱	I4.t4	۰	۰
i2.t2	۱	۰	I4.t5	۱	۰
I2.t3	۰	۱	I4.t6	۰	۱
I2.t4	۰	۰	I5.t1	۱	۰
I2.t5	۱	۰	I5.t2	۰	۱
I2.t6	۰	۱	I5.t3	۰	۱
I3.t1	۱	۰	I5.t4	۰	۱
I3.t2	۱	۰	I5.t5	۱	۰
I3.t3	۱	۰	I5.t6	۰	۱

جدول شماره پنج مربوط به دوره های زمانی تولید کالاها و پرداخت جریمه می باشد. جدول سه نشان می دهد در پریود زمانی اول برای کالاهای سه، چهار و پنج، پریود زمانی دوم برای کالاهای دو، سه و چهار، پریود زمانی سوم برای کالاهای یک و سه، پریود زمانی چهارم برای کالای سوم، پریود زمانی پنجم برای کالاهای یک و دو و چهار و پنج جریمه دیرکرد تولید صورت گرفته است. تمامی جداول بالا به این نکته اشاره دارد که برای جلوگیری از فساد مواد غذایی که همان کالاها می باشند بیش از دو پریود نگهداری نشده اند. مدل ارائه شده برای تمامی کارخانه ها با شرایط متفاوت قابل اجرا می باشد و بهترین برنامه تولید و انبارداری را جهت مینیمم کردن هزینه ها و جلوگیری از فساد کالاها ارائه می کند.

##### ۵- نتیجه گیری و جمع بندی

در این مقاله یک مدل جامع برنامه ریزی غیرخطی عدد صحیح مختلط برای یک مسئله برنامه ریزی تولید و کنترل موجودی جهت رفع مشکل کمبود فضا مربوط به یک کارخانه و همچنین جلوگیری از فسادپذیری کالاها در انبار ارائه شد. در این مدل کلیه هزینه های مربوط به تولید، راه اندازی، حمل و نقل، نگهداری، رزرو انبار، جریمه دیرکرد و کمبود منابع در نظر گرفته شده است و این نکته مورد توجه قرار گرفته است که گاهی یک جریمه کوچک در یک دوره زمانی در مجموع باعث کم شدن هزینه نهایی می گردد. از ویژگی های مدل قابلیت تعمیم، اضافه نمودن محدودیت و هزینه های دیگر می باشد. این مدل برای یک سیستم push طراحی شده است و تاکنون در خصوص برنامه ریزی تولید و کنترل موجودی به صورت همزمان این کار صورت نگرفته است. نتایج حاصل مورد ارزیابی قرار گرفته و درستی مدل را تایید می کند. در این مدل تقاضا به صورت تابعی از قیمت در نظر گرفته شده است. برای تحقیقات آتی پیشنهاد می گردد این مدل برای تقاضای احتمالی نیز بدست آورده شود.

##### منابع

1. Alvim, A. C. F., Taillard, E. D. (2009) Popmusic for the point feature label placement problem. *European Journal of Operational Research*, 192, 396-413.
2. Bakker, M., Riezebos, J. Teunter, R.H. (2012). "Review of inventory systems with deterioration since 2001", *European Journal of Operational Research*, 221: 275-28.
3. Buschkühl, L., Sahling, F., Helber, S., and Tempelmeier, H. (2010) Dynamic capacitated lot-sizing problems: a classification and review of solution approaches. *OR Spectrum*, 32, 231-261.
4. Çelk, M., and Süral, H. (2014) Order picking under random and turnover-based storage policies in fishbone aisle warehouses. *IIE transactions*, 46(3), 283 -300.
5. Chen, H. (2015) Fix-and-optimize and variable neighborhood search approaches for multi-level capacitated lot sizing problems. *Omega*, 56, 25-36.
6. De Koster, R., Le-Duc, T., and Roodbergen, K.J. (2007) Design and control of warehouse order picking: a literature review. *European Journal of Operational Research*, 182, 481-501.
7. Gu, J., Goetschalckx, M., and McGinnis L.F. (2007) Research on warehouse operation: A comprehensive review. *European Journal of Operational Research*, 177, 1-21.
8. Hwang, H., and Kang, J. (2016) Two-phase algorithm for the lot-sizing problem with backlogging for stepwise transportation cost without speculative motives. *Omega*, 59, 238-250.
9. Jans, R., and Degraeve, Z. (2008) Modeling industrial lot-sizing problems: a review. *International Journal of Production Research*, 46, 1619-1643.
10. Jolai, F., Gheisariha, E. and Nojavan, F. (2011). "Inventory Control of Perishable Items in a Two-Echelon Supply Chain." *Journal of Industrial Engineering*, University

- of Tehran, Special Issue, PP. 69-77.
11. Liu, X., and Tu, Y. (2008) Production planning with limited inventory capacity and allowed stockout. *Int. J. Production Economics*, 111, 180-191.
  12. Malmberg, C.J., and Altassan, K.M. (1988) Analysis of storage assignment policies in less than unit load warehousing systems. *International Journal of Production Research*, 36, 3459-3475.
  13. Mirzazadeh, A., Seyed Esfehni, M. and Fatemi, M. (2006). "Determining economic order policy for deteriorating items with time-dependent inflation." *Journal of University College Of Engineering, University of Tehran*, Vol. 40, PP. 585-595.
  14. Page, E., and Paul, R.J. (1976) Multi-product inventory situations with one restriction. *Operational Research Quarterly*, 27, 815-834.
  15. Wee, H. M. (1993). Economic production lot size model for deteriorating items with partial back-ordering. *Computers & Industrial Engineering*, 24, 449-458.
  16. Zeng, A., Mahan, M., and Fluet, N. (2002) Designing an efficient warehouse layout to facilitate the order-filling process: An industrial distributor's experience. *Production and Inventory Management Journal*, 43, 83-88.
  17. Zhang, G., and Lai K.K. (2010) Tabu search approach for multi-level warehouse layout problem with adjacent constraints, *Engineering Optimization*, 42, 775-790..
  18. Zhang, G., Nishi, T., Turner, S. D., Oga, K., & Li, X. (2016). An integrated strategy for a production planning and warehouse layout problem: Modeling and solution approaches. *Omega*.

# An Integrated Model for a Production Planning and Inventory Control for Perishable Goods Considering the impact of price on demand

EhsanVaezi, Seyed Mohammad Haji Molana

*PhD Student of Industrial Engineering, Islamic Azad University, Science and Research Branch, Tehran, Iran.  
Assistant Professor of Industrial Engineering, Islamic Azad University, Science and Research Branch, Tehran, Iran.*

---

## Abstract

In most inventory control models it is assumed that the items in infinite time can be saved in order to meet future demand. and the quality and quantity does not change over time. However, there are certain types of products that over time unusable. in this paper we study a problem of production planning and warehouse layout for a real case Where a factory often face this challenge for finding enough space for warehouse management. In order to solve this problem an Integrated Model for the production and management of storage is proposed. in this study, a mixed integer nonlinear programming model with the objective of minimizing the Total Cost of Production, Setup, Reserve of Warehouse, Maintenance, Transport and Delay Penalty is considered by Taking the perishability which Eventually Lead to Solve this problem. in this paper an overall model is proposed with deterministic Demands and dynamic inventory and Using a Cobb–Douglas function is intended effect of price on demand.

**Keywords:** Warehouse layout, production planning, integer nonlinear programming, inventory control, perishable goods.

---