

## مکان‌یابی مراکز خدماتی با هدف بیشینه سازی سهم رقابتی در یک زنجیره بسته

محمد علی هاتفی<sup>۱</sup>، سامی نظامی<sup>۲</sup>، حمید رضا یوسفی<sup>۳</sup>

<sup>۱، ۲، ۳</sup> گروه مهندسی صنایع دانشگاه ازاد اسلامی واحد نراق، نراق، ایران

### چکیده

یکی از جنبه‌های بسیار مهم تدارکات، تصمیم‌گیری در مورد مکانیابی برای قرار گرفتن سرویس‌های جدید مانند کارخانه‌ها، خردهفروش‌ها، انبارها و ... و نحوه ارائه خدمات این مراکز می‌باشد. در این نوع تصمیم‌گیری بایستی نحوه توزیع و سرویس‌دهی نیز در نظر گرفته شود. مکانیابی رقابتی گسسته دسته‌ای از مسائل مکانیابی – تخصیص می‌باشد که در آن رقابت بر سر متقاضیان را با استفاده از مکانیابی بهینه و تخصیص متقاضیان به این مراکز انجام می‌دهند. در این تحقیق به ارائه یک مدل دو هدفه برای حل مسئله مکان‌یابی مراکز خدماتی در یک زنجیره تامین حلقه بسته پرداخته شده است. در این مدل هر مرکز بالقوه دارای میزان مطلوبیتی برای مشتریان است. این مطلوبیت تابعی از فاصله از مشتری و کیفیت خدمت رسانی مرکز خدماتی می‌باشد. در این تحقیق یک رابطه جدید برای میزان مطلوبیت بر اساس دو شاخص فوق ارائه شده است. پس از ارائه مدل، به منظور حل این مدل یک روش حل دقیق و یک روش حل تقریبی ارائه شده است. روش حل دقیق شامل روش LP-METRIC و روش حل فرآیندی شامل روش NSGA II می‌باشد. این دو روش بر روی مثال‌های نمونه متعددی در ابعاد مختلف بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم فرآیندی NSGA II سرعت عمل بالایی دارد و در ابعاد گوناگون کیفیت جواب خوبی از خود ارائه کرده است.

**کلمات کلیدی:** مکان‌یابی رقابتی، سهم بازار، روش LP-METRIC ، الگوریتم فرآیندی NSGA II

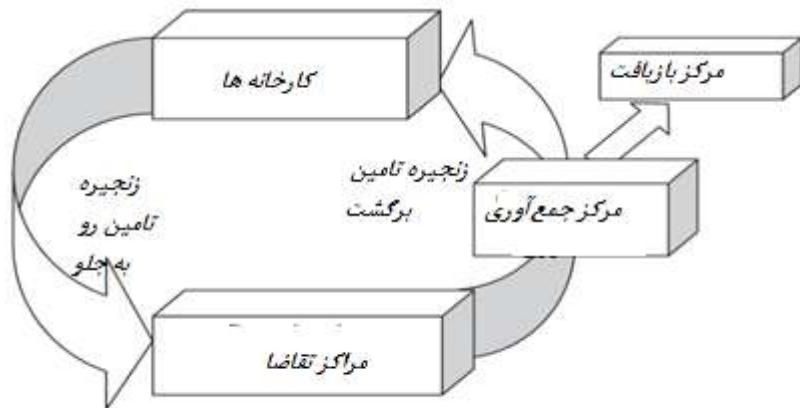
**مقدمه**

لجستیک عبارتست از "فرآیند برنامه‌ریزی، بکارگیری و کنترل اثربخش و کارآمد جریان و ذخیره‌ی کالاهای، خدمات و اطلاعات مربوطه از نقطه‌ی شروع تا نقطه‌ی مصرف، به منظور تطابق با نیازهای مشتری". لجستیک به مدیریت جریان فیزیکی که از منابع تأمین شروع شده و در نقطه‌ی مصرف پایان می‌باید، به مکانیابی کارخانه‌ها و انبارها، و همچنین به مدیریت سطح موجودی مواد و سیستم‌های اطلاعاتی می‌پردازد (Lee et al, 1992).

لجستیک معکوس بر فعالیت‌هایی چون مدیریت و هدایت فعالیت‌های مرتبط با تجهیزات، محصولات، اجزاء، مواد و یا کل سیستم‌هایی که مجدداً احیا می‌شوند، می‌پردازند. به دست آوردن مجدد مواد و محصولات و یا استفاده از بخشی از تجهیزات، از قدیمی‌ترین فعالیت‌ها در این زمینه به شمار می‌رود.

در حال حاضر لجستیک معکوس به عنوان یکی از حوزه‌های رقابتی مورد توجه قرار گرفته است. لجستیک معکوس نه تنها به جهت مسائل زیست محیطی، بلکه به خاطر مسائل اقتصادی و به عنوان یک کسب و کار مناسب، مورد توجه بیشتر قرار گرفته است. در ارتباط با لجستیک معکوس تعاریف متعددی موجود است که در ادامه به برخی از این تعاریف براساس سال ارائه‌ی آن‌ها اشاره می‌شود. در زیر سه شکل از دو مقاله و یک پایان نامه مرتبط با فعالیت‌های لجستیک رفت و لجستیک معکوس آورده شده است:

(A multi-objective facility location model for closed-loop supply chain) شکل (۱) بر گرفته از مرجع می‌باشد.



شکل شماره ۱. نمایی از زنگیره بسته

یکی از جنبه‌های بسیار مهم تدارکات، تصمیم‌گیری در مورد مکانیابی برای قرار گرفتن سرویس‌های جدید مانند کارخانه‌ها، خرده‌فروش‌ها، انبارها و ... و نحوه‌ی ارائه خدمات این مراکز می‌باشد. در این نوع تصمیم‌گیری بایستی نحوه‌ی توزیع و سرویس‌دهی نیز در نظر گرفته شود.

جادیت این دسته از مسائل صرفاً به دلیل وجود بحث مسئله‌ی مکانیابی نیست، بلکه کاربردهای فراوان آن در مسائل مختلف می‌باشد به همین دلیل انواع مدل‌ها با اهداف خاص معرفی شده‌اند. به عنوان مثال در باب یکنواخت‌سازی و استانداردسازی یک دسته از ترکیب‌های سخت افزاری برای اجرای یک دسته کار معلوم، می‌توان مدلی از این دسته معرفی کرد. در این حالت تابع هدف شامل کل هزینه‌ی عملیاتی از سیستم سخت افزاری یا کل اجرای سیستم می‌باشد (Yu et al, 2009).

محققان، مسئله‌ی مکانیابی - تخصیص را بر اساس کاربردی که از آن وجود دارد مورد بررسی قرار داده‌اند و این به دلیل دامنه‌ی تحقیقاتی گسترده‌ی این نوع مسائل است. درست است که در حالت‌های مجرد می‌توان توابع هدف را با بیشینه کردن سود یا کمینه کردن هزینه در نظر گرفت ولی کلیات آن دسترسی، نزدیکی یا پوشش همراه با محدودیت روی هزینه یا تخصیص می‌باشد.

هدف اصلی از این تحقیق ارائه مدلی به منظور مکان یابی مراکز خدماتی در یک زنجیره بسته با هدف بیشینه سهم رقابتی و نیز بیشینه سازی سود می‌باشد. مدل به صورت دقیق از نرم افزار  $\text{Gmz}^1$  و حل کننده‌های مختلف آن استفاده می‌شود. همچنین یک روش حل فرآبتكاری به منظور حل مدل در کوتاهترین زمان ارائه می‌شود. چنانچه حل دقیق مدل ارائه شده در ابعاد بالا امکان پذیر نباشد و یا زمان زیادی برای حل دقیق آن لازم باشد از الگوریتم‌های فرآبتكاری برای حل تقریبی مدل در یک زمان کوتاه استفاده می‌شود. بدین منظور از الگوریتم فرآبتكاری NSGA II استفاده می‌شود.

### پیشینه تحقیق

تحقیق بر روی مدل‌های مکان‌یابی تسهیلات رقابتی در اصل به وسیله‌ی هتلینگ در سال ۱۹۲۹ انجام شد (Hotelling, 1929). او مکان‌یابی تسهیلات رقابتی را تحت شرایطی در نظر گرفت که هر کدام از رقبا می‌توانستند تسهیلات خودشان را در هر مکانی در ناحیه احداث کنند. در مدل هتلینگ همه‌ی مشتریان از نزدیکترین تسهیل به خود، استفاده می‌کردند.

بروس (Barros et al, 1998) طراحی یک شبکه‌ی لجستیک برای بازیافت ماسه از ضایعات ساختمانی را مورد بررسی قرار می‌دهد. یک جنبه‌ی حائز اهمیت از این مطالعه عبارتست از روش مقابله با آلودگی بالقوه‌ای که در حین بازیافت و استفاده مجدد از این محصول وجود دارد.

لوورز (Louwers et al, 1999) و آمونز (Ammons et al, 1997) بر طراحی یک شبکه‌ی بازیافت برای ضایعات فرش کار می‌کردند. عوامل اولیه‌ی طراحی یک شبکه‌ی معکوس در این مطالعه عبارتند از: حجم بالای دفع، مقررات محدود کننده‌ی محیطی رو به افزایش و پتانسیل کاهش استفاده از مواد دست نخورده.

اسپنگلر (Spengler et al, 1997) مدلی را برای بازیافت مواد زائد صنعتی صنایع فولاد ایجاد کرد. این مدل پیشنهاد شده به بازیافت عناصر پسماند در تولید فولاد کمک می‌کند و تلاش می‌کند تا تاثیرات منفی محیطی را کاهش داده واز افزایش هزینه‌های دفع به طور قابل توجهی جلوگیری کند.

جاوارامن (Jayaraman et al, 1999) شبکه‌ای برای یک شرکت بازسازی تجهیزات الکترونیک در ایالات متحده طراحی کرد. این مدل، تعداد و موقعیت مطلوب تسهیلات بازسازی و گردآوری را با ایجاد تعادل در هزینه‌های سرمایه‌گذاری، حمل و نقل، پردازش و ذخیره تعیین می‌کند.

ساودرا در سال ۲۰۱۳ (Savaskan et al, 2013) دو مطالعه‌ی موردی بازسازی را در صنعت خودروی بزرگی ارائه کرد: یک تولید کننده‌ی تجهیزات اورجینال و یک تولید کننده‌ی مستقل. در این مطالعه نشان داده شده که چطور می‌توان از این شرکت به عنوان ابزاری در جهت توسعه‌ی عملکرد اقتصادی و عملیات بازسازی در هر دو موارد استفاده کرد.

مطالعات اخیر حاصل کار شی (Shi et al, 2010) می‌باشد که مربوط به عملیات بازسازی با هزینه‌های برون زاد می‌باشند، هم چنین مطالعه‌ی چن " و چانگ (Chen et al, 2012) در سال ۲۰۱۲ یک روش تحلیلی رایبرای مشکل موجودی تک دوره‌ای با تقاضای وابسته به قیمت احتمالی در یک محیط رقابتی و مشارکتی، مطرح می‌کند.

در مطالعه‌ی دیگری، یانگ (Spengler et al, 1997) یک SC حلقه بسته‌ی پنج بخشی را که از مواد جدید و بازیافتی کالای همگن تولید می‌کرد، مورد مطالعه قرار داد. از روش نابرابری تغییرات برای فرمول بندی مدل استفاده می‌شود. ناگورنی

<sup>1</sup> - Gams

(Nagurney et al,2012) یک مدل SCND چند محصوله را به همراه برنامه های کاربردی بشردوستانه ی بهداشت و درمان توسعه داد. این مدل پیشنهادی به کارخانه اجازه می دهد تا طراحی مجدد SC اش را در وضعیت گوناگونی تقاضا ارزیابی کند.

### مدل مکانیابی رقابتی در زنجیره تأمین حلقه بسته مفهوم و پارامتر های مسئله

به منظور ارائه مدل ریاضی مورد نظر مفروضات زیر مد نظر است.

- فرض بر این است که شرکت A به بازار وارد می شود و دیگر شرکت های موجود در بازار (دیگر رقبا) را یک شرکت به اسم شرکت B در نظر می گیریم.
- مدل از نوع مکانیابی رقابتی گستته و رقابت از نوع ایستا می باشد.
- مدل تک دوره ای و تک محصولی است.
- مشتری ها کلأً به دو دسته J<sub>1</sub> و J<sub>2</sub> تقسیم شده اند که J<sub>1</sub> مربوط به مشتری های شامل تقاضای رفت (محصولات جدید) و J<sub>2</sub> مربوط به مشتری های شامل تقاضای برگشت (محصولات استفاده شده) هستند.
- مراکز با ظرفیت محدود در نظر گرفته شده است.

در این مدل موارد زیر را می توان لحاظ کرد.

نوع مراکز : با توجه به اینکه دو نوع محصول رفت و برگشت در زنجیره وجود دارد معرفی مراکزی با نوع عملکردهای مختلف لازم می باشد. ویژگی که در این ارتباط می توان در نظر گرفت تصمیم گیری در مورد وجود و احداث مراکزی است که عملیات سرویسهای رفت، برگشت را انجام می دهد، در ادبیات موضوع از این نوع مراکز به ترتیب به عنوان مراکز رفت<sup>۲</sup>، برگشت<sup>۳</sup> یاد می شود که به شرح ذیل می باشد.

مراکز پردازش محصولات رفت<sup>۴</sup> که از طریق آن محصولات رفت از مراکز تولیدی به متقاضیان سرویس عرضه می شود.

مراکز برگشت یا جمع آوری<sup>۵</sup> که از طریق آن محصولات برگشت از متقاضیان به مراکز تولیدی برگردانده می شود.

فاایده مراکز خدماتی ترکیبی این است که آلودگی های محیطی را کاهش می دهد، موجب کاهش هزینه ها می شود و بحث هماهنگی عملیات رفت و برگشت را در یک زمان مطرح می کند.

جدول شماره ۱. تعریف پارامترهای مدل

(نقاط ثابت برای مشتریان)	$j$
(مشتریان با تقاضای رفت)	$j_1$
(مشتریان با تقاضای برگشت)	$j_2$
(مکان های بالقوه برای مراکز A)	$i$
(مکان ثابت برای کارخانه 1)	$l$
(هزینه ثابت احداث مرکز توزیع)	$cf_i^f$
(هزینه ثابت احداث مرکز جمع آوری)	$cf_i^r$

<sup>2</sup> forward

<sup>3</sup> returned

<sup>4</sup> forward processing facility

<sup>5</sup> collection facility

(مقدار تقاضای رفت مشتری $\bar{Z}_m$ )	$q_j^f$
(مقدار محصولات برگشتی مشتری $\bar{Z}_m$ )	$q_j^r$
(کیفیت(سطح سرویس) مرکز $\bar{A}_m$ )	$Q_i$
(فاصله مرکز $\bar{A}_m$ از مشتری $\bar{Z}_m$ )	$d_{ij}$
(جذابیت مرکز $\bar{A}_m$ برای مشتری $\bar{Z}_m$ )	$\rho_{ij}$
(قدرت خرید مشتری )	$b_j$
(فاصله مشتری $\bar{Z}_m$ از نزدیکترین مرکز شرکت $B$ )	$d_{jb_j}$
(ظرفیت مرکز توزیع $\bar{A}_m$ برای محصولات رفت)	$S_i^f$
(ظرفیت مرکز جمع‌آوری $\bar{A}_m$ برای عملیات محصولات برگشتی)	$S_i^r$
(هزینه ارسال محصولات از کارخانه $I$ ام به مرکز $\bar{A}_m$ )	$C_{li}$
(قیمت خرید یک واحد از محصولات برگشتی از مشتریان)	$p$
(قیمت فروش محصولات برگشتی از سوی مراکز به کارخانه)	$PP$
(هزینه ارسال محصولات بین مرکز $\bar{A}_m$ و مرکز $\bar{A}_k$ )	$C'_{ik}$
(ماکسیمم مقدار محصول جدید ارسال شده توسط کارخانه $I$ ام)	$C_I$
(درصد محصولات برگشتی که به مراکز برگشت داده می‌شوند.)	$\gamma$
(مکان بالقوه تسهیلاتی از شرکت $A$ که نسبت به تسهیلات شرکت $B$ ، به مشتری نزدیکترند.)	$J(B)$

جدول شماره ۲. تعریف متغیرهای تصمیم مدل

(اگر مرکز رفت $\bar{A}_m$ در مکان $\bar{A}_m$ باز باشد یک و در غیر اینصورت صفر)	$x_i^f$
(اگر مرکز جمع‌آوری $\bar{A}_m$ در مکان $\bar{A}_m$ باز باشد یک و در غیر اینصورت صفر)	$x_i^r$
(اگر مشتری $\bar{Z}_m$ مرکز $\bar{A}_m$ را انتخاب کند. (مشتری $\bar{Z}_m$ توسط مرکز $\bar{A}_m$ سرویس دهی شود). یک و در غیر اینصورت صفر)	$x_{ij}$
(مقدار محصول تازه ارسال شده از کارخانه $I$ ام به مرکز $\bar{A}_m$ )	$u_{li}$
(مقدار محصول برگشتی از مرکز $\bar{A}_m$ به کارخانه $I$ ام)	$u'_{il}$

که در تعریف پارامتر مدل  $\rho_{ij}$  را چنین تعریف می‌کنیم: مقدار جذابیت تسهیل  $\bar{A}_m$  برای مشتری  $\bar{Z}_m$  و به صورت رابطه

$$\rho_{ij} = \frac{\alpha Q_i^2}{(1 + d_{ij})}$$

در نهایت مدل ریاضی ارائه شده به صورت زیر خواهد بود.

$$\text{MAX } Z = \sum_{i=1}^m \sum_j (b_j \rho_{ij} x_{ij}) \quad (1-3)$$

$$\text{MAX } W = \sum_i \sum_{J_1 \cup J_2} q_j^f b_j x_{ij} + \sum_i \sum_l (PP - P) u_{il} - \quad (2-3)$$

$$[ \sum_i (cf_i^f x_i^f + cf_i^h x_i^h + cf_i^r x_i^r) + \sum_l \sum_i u_{il} C_{li} + \gamma \sum_i \sum_{J_2} P q_j^r x_{ij} ]$$

*S.T*

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \leq 1 \quad \forall j \in J_1 \cup J_2 \quad (3-3)$$

$$x_{ij} \leq x_i^f \quad \forall i \in J(B), j \in J_1 \quad (4-3)$$

$$x_{ij} \leq x_i^r \quad \forall i \in J(B), j \in J_2 \quad (5-3)$$

$$x_i^f + x_i^r \leq 1 \quad \forall i \in I \quad (6-3)$$

$$\sum_{j \in J_1} q_j^f x_{ij} \leq u_{il} \quad \forall i \in I \quad (7-3)$$

$$\sum_{j \in J_2} q_j^r x_{ij} \leq S_i^r x_i^r \quad \forall i \in I \quad (8-3)$$

$$u_{il} \leq S_i^f x_i^f \quad \forall i \in I, l \quad (9-3)$$

$$\sum_{i \in I} u_{il} \leq C_l \quad (10-3)$$

$$u'_{il} \leq \gamma \sum_{j \in J_2} q_j^r x_{ij} \quad \forall i \in I \quad (11-3)$$

$$x_{ij}, x_i^f, x_i^r \in \{0,1\}, u_{il}, u'_{il} \geq 0 \quad \forall i, j, l \quad (12-3)$$

درتابع هدف اول فرض بر این است ماکزیمم سهم بازار برای شرکت A با وجود رقبای دیگر موجود در بازار(که در اینجا تمامی رقبای شرکت A به اسم یک شرکت (B) فرض شده است)، به دست آید.

درتابع هدف دوم، کل درآمد زنجیره منبهای کل هزینه های رنجیره حداکثر می شود. در اصل هدف تابع هدف دوم بیشینه سازی سود زنجیره می باشد.

محدودیت (۳-۳) بیان می کند که هر متقاضی حداکثر از یک مرکز سرویس می گیرد.

محدودیت (۴-۳) بیان می کند که مشتریانی که تقاضای رفت دارند از مراکزی که باز باشند می توانند استفاده کنند

محدودیت (۵-۳) بیان می کند که مشتریانی که تقاضای برگشت دارند از مراکزی که باز باشند می توانند استفاده کنند.

محدودیت (۶-۳) تضمین می کند که در هر مکانی حداکثر یک تسهیل می تواند باز باشد.

محدودیت (۷-۳) بیان می کند که میزان ارسالی از هر کارخانه به هر مرکز باید از میزان تقاضای مشتریانی که از آن نقطه سرویس میگیرند بیشتر باشد.

محدودیت (۸-۳) بیان می کند که مقدار محصولات برگشتی طرف مشتریان به مراکز در صورتی که از مرکز  $\dot{l}$  ام استفاده کند از ظرفیت مرکز  $\dot{l}$  ام کمتر است.

محدودیت (۹-۳) بیان می کند که مقدار محصولات ارسال شده از کارخانه  $\text{I}_{\text{am}}$  به مرکز  $i$  از مаксیمم ظرفیت آن مرکز کمتر است.

محدودیت (۱۰-۳) بیان می کند که مقدار محصولات ارسال شده از کارخانه  $\text{I}_{\text{am}}$  به کل مراکز از ماسیمم ظرفیت کارخانه کمتر است.

محدودیت (۱۱-۳) میزان برگشتی به کارخانه را مشخص می کند

محدودیت (۱۲-۳) نوع متغیرهای تصمیم را مشخص می کند.

### روش LP-metric به منظور حل مسئله در شرایط چند هدفه

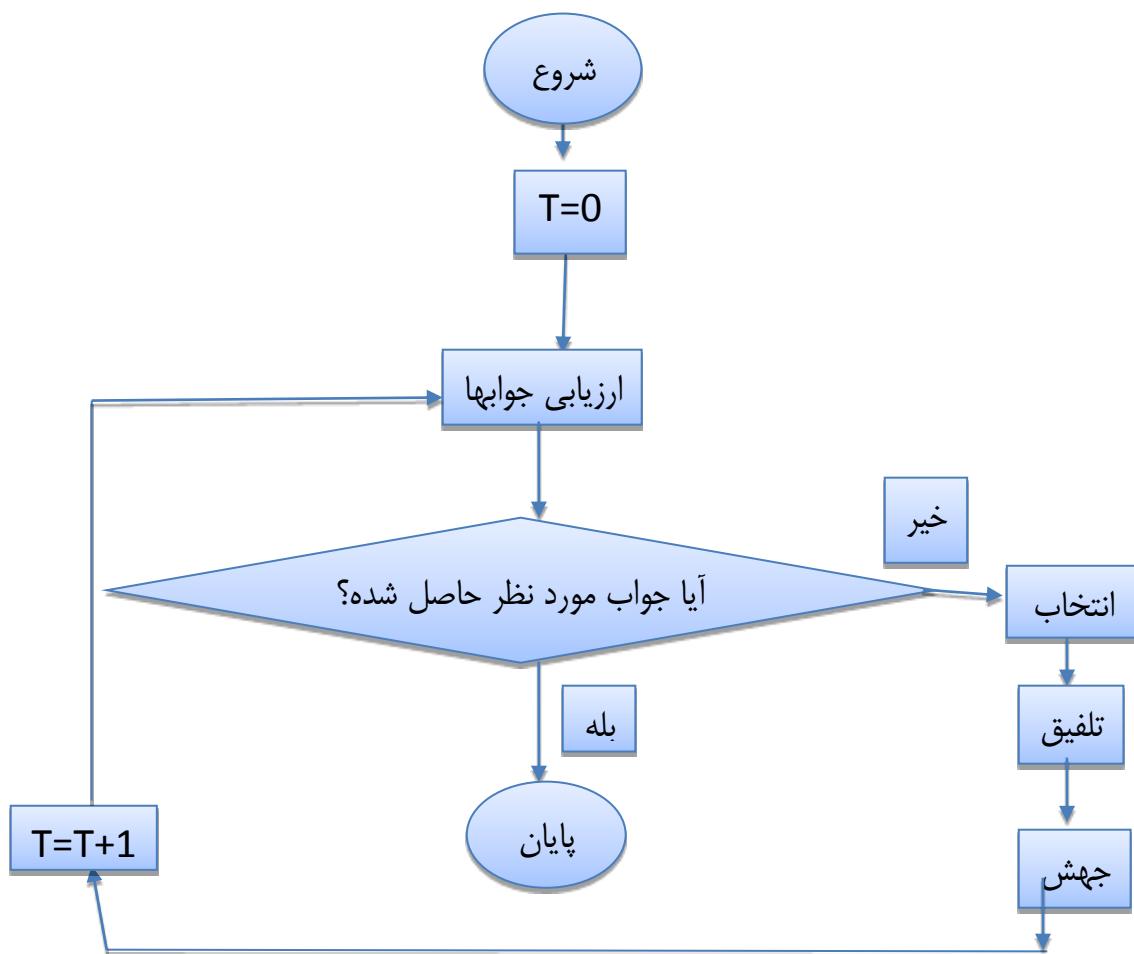
در این روش مجموع توان انحرافات نسبی از مقدار بهینه آنها حداقل می گردد. روش کار به این صورت است که برای یک مسئله با  $n$  تابع هدف، باید مقدار بهینه هر یک از این توابع مستقل از  $n-1$  تابع هدف دیگر به دست آید. برای این منظور از نرم افزار GAMS استفاده می شود. در حل بهینه هر یک از این  $n$  هدف به طور جداگانه، محدودیت ها ثابت و بدون تغییر خواهد بود. از آن جایی که هر چه توابع هدف به مقدار بهینه شان نزدیک تر باشند برای ما مطلوب تر است، بنابر این به دنبال تابع هدفی هستیم که با استفاده از تمام  $n$  تابع هدف، همه آنها را به مقدار بهینه شان نزدیک کند. بدین منظور باید مجموع انحرافات نسبی اهداف از مقادیر بهینه آنها حداقل شود. بنا بر این تابع هدف به صورت زیر خواهد بود

$$\text{Min } Z = \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{f_i^* - f_i}{f_i^*} \right)^p \right]^{\frac{1}{p}}$$

در رابطه فوق  $f_i^*$  مقدار بهینه تابع هدف  $i$  است مستقل از بقیه اهداف می باشد.  $P$  یک پارامتر قابل تنظیم می باشد که برای آن مقادیر ۱ و ۲ و ۳ پیشنهاد می شود.

### ساختار الگوریتم ژنتیک پیاده سازی شده برای این تحقیق

قبل از این که یک الگوریتم ژنتیکی بتواند اجرا شود، ابتدا باید کدگذاری (یا نمایش) مناسبی برای مسئله مورد نظر پیدا شود. معمولی ترین شیوه نمایش کروموزوم ها در الگوریتم ژنتیک به شکل رشته های دودویی است. هر متغیر تصمیم گیری به صورت دودویی در آمده و سپس با کنار هم قرار گرفتن این متغیرها کروموزوم ایجاد می شود. گرچه این روش گسترده ترین شیوه کدگذاری است اما شیوه های دیگری مثل نمایش با اعداد حقیقی در حال گسترش هستند. همچنین یک تابع برازنده نیز باید ابداع شود تا به هر راه حل کدگذاری شده ارزشی را نسبت دهد. در طی اجرا، والدین برای تولید مثل انتخاب می شوند و با استفاده از عملکردهای آمیزش و جهش با هم ترکیب می شوند تا فرزندان جدیدی تولید کنند. این فرآیند چندین بار تکرار می شود تا نسل بعدی جمعیت تولید شود. سپس این جمعیت بررسی می شود و در صورتی که ضوابط همگرایی برآورده شوند، فرآیند فوق خاتمه می یابد.



شکل شماره ۲. کد برنامه مجازی الگوریتم ژنتیک ساده و فلوچارت آن

### روند الگوریتم ژنتیک پیاده سازی شده

مرحله اول: شروع: تولید تصادفی یک جمعیت (Population) که شامل تعداد زیادی کروموزوم (روش های حل مسئله است) می باشد.

مرحله دوم: ایجاد یک جمعیت جدید (New Population): تولید یک جمعیت جدید با انجام تمامی زیر گروههای زیر تا آنکه یک جمعیت جدید ایجاد گردد.

مرحله سوم: صحت و درستی<sup>۶</sup>: ارزیابی صحت برای تابع  $f(x)$  به ازای هر کروموزوم  $X$  در جمعیت.

مرحله چهارم: انتخاب<sup>۷</sup>: انتخاب کروموزومهای پدر و مادر از جمعیت قبلی با توجه به صحت و درستی آن (Fitness). به طوری که هر چه Fitnees بخوبی داشته باشد (دقیق جواب در همگرائی بیشتر باشد) شانس بیشتری برای انتخاب دارد.

مرحله پنجم: تولید مثل: انجام زادو ولد و ایجاد یک نسل جدید. برای این منظور از روش تک نقطه ای استفاده شده است.

<sup>6</sup> fitness

<sup>7</sup> selection

مرحله ششم: جهش: مشخص شدن مکان فرزند تولید شده در کروموزوم. در این روش یک ژن از کروموزوم به صورت تصادفی تغییر می کند.

مرحله هفتم: پذیرش: جا دادن فرزند جدید در داخل جمعیت.

مرحله هشتم: جایگزینی: جایگزینی جمعیت جدید به حای جمعیت قبلی و مورد استفاده قرار دادن جمعیت جدید در مراحل بعدی الگوریتم

مرحله نهم: امتحان: اگر شرایط مطلوب در حل مسئله ارضا شد اعلام می کنیم که به بهترین جواب رسیده ایم و از الگوریتم خارج می شویم در غیر این صورت به مرحله ۳ یعنی Fitneess میرویم و دوباره همین روند را تکرار می کنیم.

### ۲-۳-۳- شرط پایان الگوریتم

چون که الگوریتم های ژنتیک بر پایه تولید و تست می باشند، جواب مساله مشخص نیست و نمی دانیم که کدامیک از جواب های تولید شده جواب بهینه است تا شرط خاتمه را برای پیدا شدن جواب در جمعیت تعریف کنیم. به همین دلیل، معیارهای دیگری را برای شرط خاتمه در نظر می گیریم:

- ۱ تعداد مشخصی نسل: می توانیم شرط خاتمه را مثلاً ۱۰۰ دور چرخش حلقه اصلی برنامه قرار دهیم.
- ۲ عدم بھبود در بهترین شایستگی جمعیت در طی چند نسل متوالی
- ۳ بهترین شایستگی جمعیت تا یک زمان خاصی تغییری نکند.

شرایط دیگری نیز می توانیم تعریف کنیم و همچنین میتوانیم ترکیبی از موارد فوق را به عنوان شرط خاتمه به کار بیندیم. در این تحقیق به دلیل عدم وجود مدل دو هدفه از ترکیب روش های تصیم گیری چندمعیاره و روش های فرالبتکاری برای حل مدل ریاضی ارائه شده استفاده می شود. در این راستا ابتدا از روش  $L_p$ -metric استفاده می شود. در این روش در گام اول  $p$  بهینه برای این مسئله تعیین می شود و در گام دوم مسئله دو هدفه ارائه شده به مسئله تک هدفه بر اساس رابطه  $L_p$ -metric تبدیل می شود. حال به منظور حل این مسئله، دو روش حل در نظر گرفته می شود. به منظور حل دقیق این مدل از نرم افزار NSGA II GMAS استفاده می شود. همچنین برای حل این مدل در ابعاد بزرگ و از الگوریتم فرالبتکاری ژنتیک دو هدفه استفاده می شود.

### نتایج عددی

#### اعتبار سنجی مدل

هدف از اعتبار سنجی مدل این است که نشان دهیم مدل ریاضی از نظر ساختاری دارای چارچوب درست و اصولی می باشد. برای این منظور لازم است یک مثال نمونه طراحی شده و به بررسی دقیق جواب بهینه این مدل برای مثال طراحی شده پرداخته شود. در این شرایط میتوان موجه بودن و منطقی بودن خروجی نهایی مدل را به اثبات رسانید. در این تحقیق نیز به منظور اعتبار سنجی مدل ریاضی ارائه شده یک مثال نمونه طراحی شده و سپس جواب بهینه مدل ریاضی را بررسی خواهیم کرد.

مسئله ای را در نظر بگیرید که در آن ۵ مشتری وجود دارد. مشتری اول سوم دارای تقاضای رفت و مشتری چهارم و پنجم دارای تقاضای برگشت می باشند. ۳ مکان بالقوه برای تاسیس مراکز توزیع در زنجیره رفت و مراکز جمع آوری در زنجیره برگشت وجود دارد. ۲ تامین کننده وجود دارد که کالاهای مراکز توزیع را تامین کرده و مراکز جمع آوری، محصولات جمع آوری شده را به آنها میفروشند. ۴۰ درصد محصولات به مراکز جمع آوری برگشت داده می شود. قیمت خرید محصولات بازیافتی از مشتریان ۲ واحد پولی و قیمت فروش به تامین کننده ۴ واحد پولی می باشد. سایر اطلاعات این مسئله در جداول زیر آمده است.

## جدول شماره ۳. اطلاعات مسئله تولید شده

شماره مکان بالقوه	۱	۲	۳
هزینه راه اندازی مرکز توزیع	۱۰۰	۱۲۰	۹۵
هزینه راه اندازی مرکز جمع آوری	۹۰	۸۵	۱۰۰
سطح سرویس	۰.۸	۰.۹	۰.۷۵
ظرفیت مرکز توزیع	۴۰	۳۰	۳۰
ظرفیت مرکز جمع آوری	۲۵	۳۰	۲۵

## جدول شماره ۴. اطلاعات مسئله نمونه

شماره مشتری	۱	۲	۳	۴	۵
تقاضای رفت	۱۰	۷	۱۰	-	-
تقاضای برگشت	-	-	-	۵	۷

## جدول شماره ۵. مسافت بین نقاط کاندید و مشتریان

مشتری/امکان	۱	۲	۳	۴	۵
۱	۲	۵	۱	۳	۷
۲	۵	۴	۷	۲	۳
۳	۳	۴	۲	۵	۶

حال بر اساس رابطه زیر مقدار جذابیت هر مرکز برای هر مشتری مشخص می شود

$$\rho_{ij} = \frac{Q_i^2}{(1+d_{ij})} \quad 1-4$$

## جدول شماره ۶. هزینه ارسال از هر تامین کننده به هر مرکز توزیع بالقوه

مرکز توزیع/تامین کننده	۱	۲	۳
۱	۵	۹	۶
۲	۹	۵	۷

## جدول شماره ۷. هزینه ارسال بین نقاط بالقوه

مکان/اماکن	۱	۲	۳
۱	۰	۳	۵
۲	۲	۰	۴

۳	۹	۶
---	---	---

همچنین ظرفیت تامین کننده اول ۳۰ واحد محصول و ظرفیت تامین کننده دوم ۳۵ واحد محصول می باشد. این مثال نمونه در محیط GAMS کدنویسی شده است.

برای بررسی اثر توابع هدف بر روی یکدیگر، ابتدا هر تابع هدف به صورت جداگانه بهینه شده است. به عبارت دیگر در مرتبه اول با حذف تابع هدف دوم، تابع هدف اول بهینه شده و در مرتبه دوم عکس این کار انجام شده است. در ادامه به بررسی و تحلیل خروجی هر یک از این حالات پرداخته می شود.

#### حل مثال نمونه برای تابع هدف اول

پس از کدنویسی مدل با تابع هدف اول (بیشینه سازی سطح رضایت) در محیط GAMS این نرم افزار توانست مسئله را در زمان ۰.۹ ثانیه و بدون خطا حل کند. تصویر زیر خلاصه خروجی این مسئله را نشان می دهد

```

No active process
model1 model1
Presolve time = -0.00 sec. (0.01 ticks)
Fixed MIP status(l): optimal
Cplex Time: 0.00sec (det. 0.00 ticks)

Proven optimal solution.

MIP Solution: 24.779167 (2 iterations, 0 nodes)
Final Solve: 24.779167 (0 iterations)

Best possible: 24.779167
Absolute gap: 0.000000
Relative gap: 0.000000

--- Restarting execution
--- model1.gms(89) 0 Mb
--- Reading solution for model nezami
--- Executing after solve: elapsed 0:00:00.111
--- model1.gms(90) 3 Mb
*** Status: Normal completion
--- Job model1.gms Stop 11/20/15 09:56:34 elapsed 0:00:00.112

```

شکل شماره ۳. خروجی گمز برای مثال نمونه و تابع هدف اول

پس از بررسی متغیرهای تصمیم مشخص شده است که در حالت بهینه مکان ۱ و مکان ۳ برای مراکز توزیع و مراکز توزیع و مکان ۲ به عنوان مرکز جمع آوری، مشخص شده است.

مشتری شماره ۱ و مشتری شماره ۳ از مکان ۱، مشتری شماره ۲ از مکان ۳ و مشتری ۴ و ۵ از مکان ۲ سرویس میگیرند. با توجه به دسته بندی مشتریان از نوع مشتریان با تقاضای رفت و مشتریان با تقاضای برگشت، و نیز نقاط تعیین شده به عنوان مراکز توزیع و جمع آوری، مشخص است که تخصیص مشتریان به نقاط توسط مدل به درستی انجام شده است.

در جدول زیر میزان ارسال از هر تامین کننده به هر مرکز توزیع نشان داده شده است

#### جدول شماره ۸. میزان ارسال در زنجیره رفت

تامین کننده/مکان	۱	۲
۱	۲۰	۲۰
۳	۷	۷

همانطور که مشاهده میکنید هر تامین کننده در کل ۲۷ واحد ارسال میکند که این مقدار از ظرفیت هر تامین کننده کمتر است و در نتیجه محدودیت ظرفیت رعایت شده است. همچنین مکان ۱ در کل ۴۰ واحد دریافت میکند. که این مقدار فراتر از ظرفیت این مرکز نیست. همچنین مرکز ۳ نیز ۱۴ واحد دریافت میکند که این مقدار هم کمتر از ظرفیت آن می باشد. میزان برگشت از مرکز جمع آوری به تامین کننده اول برابر ۴.۸ و به تامین کننده دوم نیز ۴.۸ خواهد بود. که این رقم دقیقاً برابر ۴۰ درصد تقاضای مشتریان زنجیره برگشت می باشد. مقادیر تابع هدف در حل بهینه مدل به شرح زیر می باشد

جدول شماره ۹. خروجی حل دقیق در حالت بهینه سازی هدف اول

Z1	Z2
24.779	363.4

#### حل مثال نمونه برای تابع هدف دوم

مثال نمونه طراحی شده دقیقاً برای تابع هدف دوم (بیشینه سازی سود) در محیط GAMS کدنویسی شده است. این نرم افزار این مسئله را در زمان ۳.۰ ثانیه حل کرده است. همچنین خطای حل بهینه ۰ گزارش شده است. تصویر زیر خروجی نهایی نرم افزار گمز می باشد.

```

No active process
model2
Iterations: 3 Dual objective = 216.400000
Fixed MIP status(1): optimal
Cplex Time: 0.00sec (det. 0.04 ticks)

Proven optimal solution.

MIP Solution: 236.400000 (28 iterations, 0 nodes)
Final Solve: 236.400000 (4 iterations)

Best possible: 236.400000
Absolute gap: 0.000000
Relative gap: 0.000000

--- Restarting execution
--- model2.gms(93) 0 Mb
--- Reading solution for model nezami
--- Executing after solve: elapsed 0:00:00.228
--- model2.gms(94) 3 Mb
*** Status: Normal completion
--- Job model2.gms Stop 11/20/15 10:20:56 elapsed 0:00:00.230

Close | Open Log | Summary only | Update

```

شکل شماره ۴. خروجی گمز برای مثال نمونه و تابع هدف دوم

پس از بررسی متغیرهای تصمیم مشخص شده است که در حالت بهینه مکان ۱ و مکان ۳ برای مراکز توزیع و مراکز توزیع و مکان ۲ به عنوان مرکز جمع آوری، مشخص شده است. مشتری شماره ۱ و مشتری شماره ۲ از مکان ۱، مشتری شماره ۳ از مکان ۳ و مشتری ۴ و ۵ از مکان ۳ سرویس میگیرند. با توجه به دسته بندی مشتریان از نوع مشتریان با تقاضای رفت و مشتریان با تقاضای برگشت، و نیز نقاط تعیین شده به عنوان مراکز توزیع و جمع آوری، مشخص است که تخصیص مشتریان به نقاط توسط مدل به درستی انجام شده است. در جدول زیر میزان ارسال از هر تامین کننده به هر مرکز توزیع مشخص می شود

## جدول شماره ۱۰. میزان ارسال در حالت دوم

تامین کننده/مکان	۱	۲
۱	۱۷	۱۷
۲	۱۰	۱۰

میزان برگشت از مرکز جمع آوری به تامین کننده اول برابر ۴.۸ و به تامین کننده دوم نیز ۴.۸ خواهد بود. که این رقم دقیقاً برابر ۴۰ درصد تقاضای مشتریان زنجیره برگشت می باشد که با حالت قبل یکسان است. در این حالت نیز محدودیت ظرفیت هر تامین کننده و محدودیت ظرفیت هر مرکز توزیع رعایت شده است مقادیر تابع هدف در حل بهینه مدل به شرح زیر می باشد

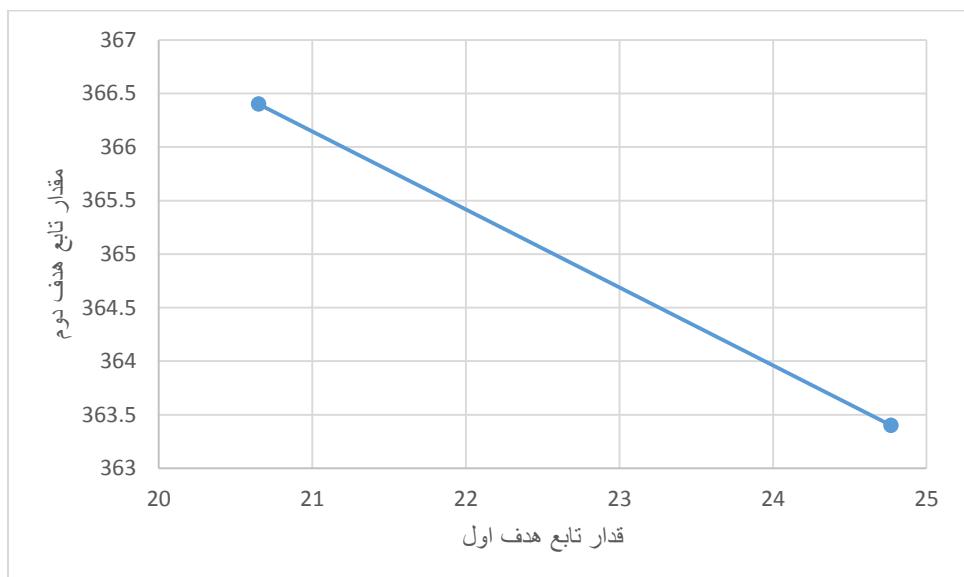
## جدول شماره ۱۱. خروجی بهینه سازی هدف دوم

Z1	Z2
20.65	366.4

همانطور که مشاهده میکنید تخصیص مشتری ها به مکان ها در حالتی که هدف افزایش رضایت مندی است تفاوت دارد.

همچنین در حالتی که هدف بهینه سازی تابع اول است، مقدار تابع هدف دوم ۳۶۳.۴ است و زمانی که هدف بهینه سازی تابع هدف دوم است مقدار بهینه تابع هدف دوم ۳۶۶.۴ می باشد. این موضوع دقیقاً برای تابع هدف اول نیز صادق است. زمانی که هدف بهینه سازی تابع دوم است مقدار تابع هدف اول ۲۰.۶ است و زمانی که هدف بهینه سازی هدف اول است مقدار بهینه آن ۲۴.۷ می باشد. این موضوع نشان می دهد که زمانی که یک هدف را بهینه سازی میکنیم، هدف دوم مقداری کمتر از مقدار بهینه خود اتخاذ میکند.

برای درک بهتر این موضوع نمودار زیر را ارائه شده است.



شکل شماره ۵. نمودار نقاط به دست آمده از حل انفرادی اهداف

در نتیجه این دوتابع هدف با هم تعارض دارند و باید برای حل مدل از روش هایی استفاده کرد که هر دوتابع هدف را با هم در نظر بگیرد. برای این منظور به سراغ روش LP-metric و الگوریتم NSGA II می رویم.

در گام اول به بررسی روش LP-metric می پردازیم

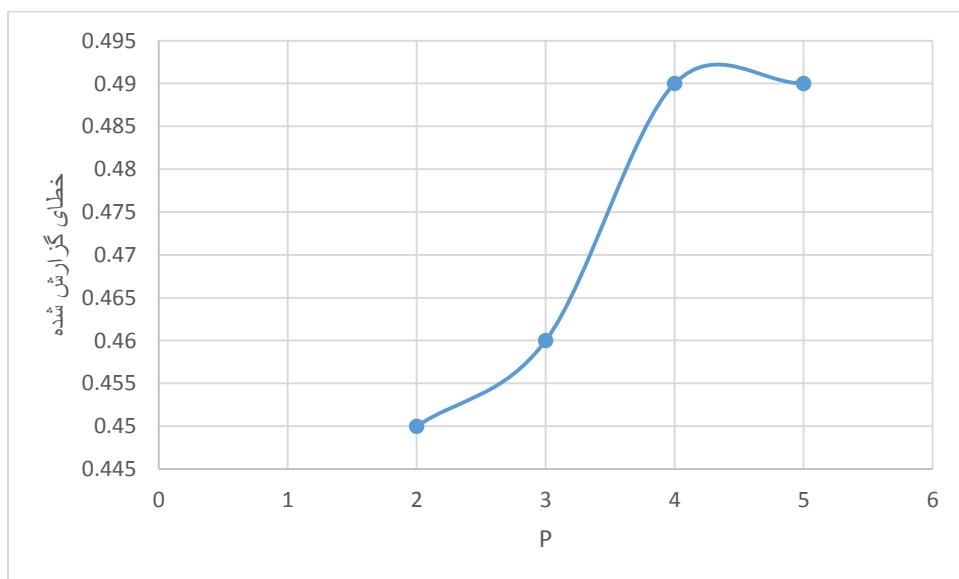
۴-۲- تعیین P بهینه برای حل به روش LP-metric

در رابطه ارائه شده برای روش LP-metric پارامتر P اهمیت دارد. برای تعیین مقدار P مناسب، از مسئله نمونه استفاده می شود. در این حالت مقدار P بهینه از بین مقادیر ۲ تا ۵ انتخاب می شود. روش LP-metric برای مقادیر P مختلف در محیط گمز کدنویسی شده است. در جدول زیر خلاصه نتایج به ازای هر P نشان داده می شود

جدول شماره ۱۲. نتایج حل مسئله نمونه به ازای P های مختلف

	Z <sub>1</sub>	Z <sub>2</sub>	Z <sub>LP</sub>	خطای گزارش شده توسط گمز	زمان حل
P=2	۲۰.۹۳	۳۶۰.۴	۱.۵۷	۰.۰۴۵	۰.۴۴
P=3	۲۰.۹۳	۲۶۰.۴	۱.۵۶	۰.۰۴۶	۰.۴۲
P=4	۲۰.۹۳	۲۶۰.۴	۱.۵۶	۰.۰۴۹	۰.۴۷
P=5	۲۰.۹۳	۲۶۰.۴	۱.۵۶	۰.۰۴۹	۰.۴۳

در شکل زیر خطای گمز در حل مدل LP-metric به ازای هر مقدار P نشان داده شده است



شکل شماره ۶. نمودار خطای گزارش شده در روش LP-metric

همانطور که مشاهده میکنید از P=3 به بعد خطای گزارش شده به صورت چشمگیری افزایش پیدا میکند. همچنین از P=3 به بعد تغییری در مقدار تابع هدف اول و تابع هدف دوم دیده نمی شود. همچنین کمترین مقدار تابع هدف در آمده است. پس با توجه به عوامل فوق میتوان مقدار بهینه برای پارامتر P در روش LP-metric را عدد ۳ گزارش نمود. برای سایر مثال های نمونه در روش LP-metric از P=3 استفاده خواهد شد.

## الگوریتم NSGA-II

با توجه به حساسیت نسبتاً زیادی که نحوه عملکرد و کیفیت جواب‌های الگوریتم NSGA به پارامترهای اشتراک برازنده‌ی و سایر پارامترها دارد، نسخه دوم الگوریتم NSGA-II با نام الگوریتم فرابتکاری NSGA-II توسط دب و همکارانش در سال ۲۰۰۰ معرفی گردید. در کنار تمام کارایی‌هایی که الگوریتم فرابتکاری NSGA-II دارد، می‌توان آن را الگوی شکل گیری بسیاری از الگوریتم‌های بهینه‌سازی چند هدفه دانست. این الگوریتم و شیوه منحصر به فرد آن در برخورد با مسائل بهینه‌سازی چند هدفه، بارها و بارها توسط افراد مختلف برای ایجاد الگوریتم‌های بهینه‌سازی چندهدفه جدید‌تر، مورد استفاده قرار گرفته است. بدون شک این الگوریتم یکی از اساسی‌ترین اعضای کلکسیون الگوریتم‌بهینه‌سازی چندهدفه تکاملی است که می‌توان آن‌ها را نسل دوم این گونه روش‌ها نامید.

### نمایش جواب (کروموزوم)

برای شروع به کار با این الگوریتم نیازمند طراحی یک سیستم کدگذاری هستیم که بتواند هر کروموزوم را به صورت یک یا چند رشته جواب نشان دهد. به منظور نمایش جواب مسئله در قالب رشته‌ای از اعداد، به صورت زیر عمل شده است هر جواب به صورت یک بردار به طول  $I+J+J_1+J_2$  نشان داده می‌شود. خانه‌های ۱ تا  $I$  برای هر مکان بالقوه در نظر گرفته شده. خانه‌های  $I+1$  تا  $I+J$  برای مشتریان با تقاضای رفت و خانه‌های  $I+J_1+1$  تا  $I+J_1+J_2$  برای مشتریان با تقاضای برگشت در نظر گرفته شده است. مقادیر هر یک از سلول‌های این بردار با اعداد بین ۰ تا ۱ پر می‌شود. برای مثال، مثال نمونه قبل را در نظر بگیرید که ۳ مکان بالقوه، سه مشتری با تقاضای رفت و دو مشتری با تقاضای برگشت داریم. نمونه این رشته جواب به صورت زیر خواهد بود

**جدول شماره ۱۳. نمونه‌ای از نمایش جواب**

مکان‌های بالقوه			مشتریان با تقاضای رفت			مشتریان با تقاضای برگشت	
۰.۳۹	۰.۹۵	۰.۵۲	۰.۳۹	۰.۸۴	۰.۰۶	۰.۴۶	۰.۷۱

در قسمت اول که مربوط به مکان‌های بالقوه است، اگر مقدار سلولی بین ۰ تا  $1/3$  باشد به معنی عدم تاسیس آن مکان می‌باشد. اگر بین  $1/3$  تا  $2/3$  باشد به معنی تاسیس به عنوان مرکز توزیع و اگر بین  $2/3$  تا ۱ باشد به معنی تاسیس به عنوان مرکز جمع‌آوری می‌باشد. در مثال فوق مکان ۱ و مکان ۳ به عنوان مرکز جمع‌توزیع و مکان ۲ به عنوان مرکز جمع اوری مشخص شده است

در قسمت دوم که مربوط به مشتریان با تقاضای رفت می‌باشد، ابتدا به قسمت اول رجوع می‌کنیم و تعداد مراکز توزیع را مشخص می‌کنیم. مثلاً در این مثال برابر ۲ شده است. حال اعداد بین ۰ تا  $1/2$  به معنای تخصیص مشتری به مرکز اول و اعداد  $1/2$  تا  $2/2$  به معنای تخصیص مشتری به مرکز توزیع دوم می‌باشد. در مثال فوق مشتری اول و مشتری سوم به مرکز توزیع اول و مشتری دوم به مرکز دوم تخصیص داده شده است

همین روند دقیقاً برای مشتریان با تقاضای برگشت تکرار می‌شود. در مثال فوق چون یک مرکز جمع‌آوری تاسیس می‌شود تمامی این مشتری‌ها به این مرکز تخصیص داده می‌شود.

چنین رشته جوابی به سادگی قابلیت تقاطع و جهش دارد و الگوریتم فرابتکاری NSGA به خوبی به کمک آن اجرا خواهد شد

## تقاطع

به منظور تقاطع دو جواب در الگوریتم مورد نظر از روش تقاطع ۱ نقطه‌ای استفاده می‌شود. در این روش دو جواب از ۱ نقطه برش داده شده و با هم ترکیب می‌شوند و جواب‌های جدیدی تولید می‌کنند.

## جهش

به منظور اجرای جهش، یک نقطه از رشته جواب به تصادف انتخاب شده و مقدار آن به صورت تصادفی تغییر داده می‌شود.

## تنظیم پارامتر‌های الگوریتم

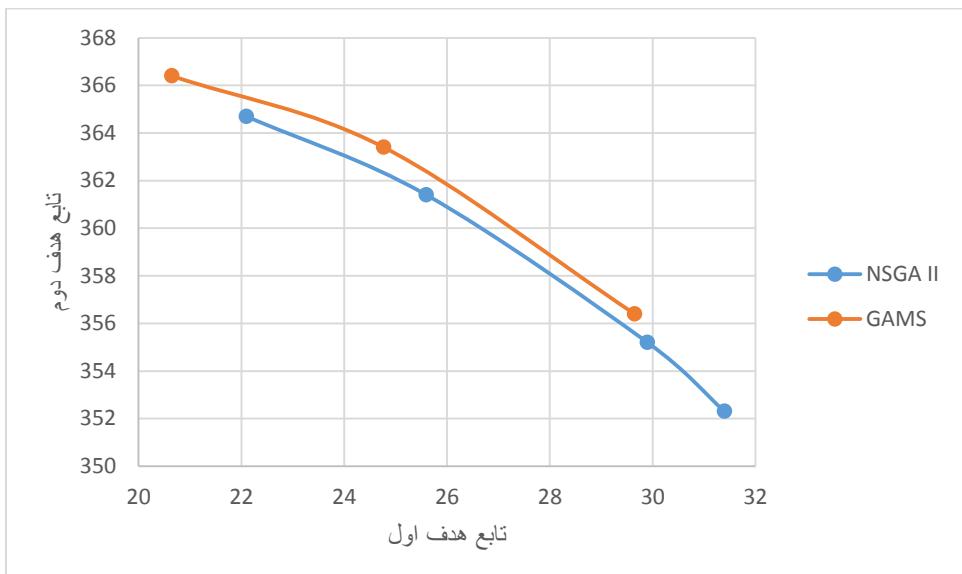
به منظور تعیین مقدار مناسب برای پارامتر‌های الگوریتم NSGA II از روش سعی و خطا استفاده شده است. این روش یک بار برای مثال‌ها با ابعاد کوچک و یک بار برای مثال‌ها با ابعاد بزرگ اجرا شده است. در نهایت مقادیر بهینه برای پارامتر‌های الگوریتم به صورت زیر تعیین شده است.

### جدول شماره ۱۴. مقادیر تنظیم شده برای الگوریتم NSGA II

برای مسائل با ابعاد کوچک		برای مسائل با ابعاد بزرگ	
جمعیت اولیه	۲۰۰	جمعیت اولیه	۱۰۰
نرخ تقاطع	۰.۸	نرخ تقاطع	۰.۷
نرخ جهش	۰.۳	نرخ جهش	۰.۵
تعداد تکرار	۳۵۰۰	تعداد تکرار	۱۰۰۰

## حل مسئله نمونه با الگوریتم NSGA II

مسئله طراحی شده که در قسمت اعتبار سنجی ارائه شد با الگوریتم NSGA در محیط MATLAB کدنویسی و اجرا شده است. زمان اجرا ۳.۷۵ ثانیه گزارش شده است. این الگوریتم در نهایت چند جواب به عنوان مرکز کارای مسئله مورد بررسی ارائه می‌کند که این جواب‌ها قابلیت مقایسه با جواب‌های نرم افزار گمز به ازای حل مدل با تابع هدف اول، حل مدل با تابع هدف دوم و حل مدل با تابع هدف LP-metric خواهد داشت. در شکل زیر این دو مرز کارا با هم مقایسه شده است.



شکل شماره ۷. مقایسه دو مرز کارا

همانطور که مشاهده میکنید مرز کارای الگوریتم NSGA II پایین تر از مرز کارای جواب بهینه گمز می باشد. دلیل این امر این است که هر دو تابع هدف از نوع بیشینه سازی می باشد که به دلیل خطای اندک الگوریتم NSGA II نقاط به دست آمده در این الگوریتم تابع هدف اول و یا تابع هدف دوم کمتری نسبت به جواب بهینه خود دارند.

#### بررسی عملکرد الگوریتم در مسائل با ابعاد کوچک و بزرگ

پس از بررسی های انجام شده بر طبق مشهور OR-library (copmmititive location) در خصوص مکان یابی رقابتی (<http://www.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/info.html>) بنچمارک طراحی شده ای وجود ندارد. با توجه به اینکه مدل ریاضی ارائه شده در این تحقیق، یک مدل ریاضی جدید در مکان یابی رقابتی آن هم در زنجیره بسته می باشد، لذا همانند بسیاری از تحقیقات، به تولید مثال های نمونه تصادفی برای مقایسه روش های حل ارائه شده، پرداخته شده است.

به منظور بررسی عملکرد الگوریتم ارائه شده ابتدا ۵ مسئله در ابعاد کوچک به صورت تصادفی تولید می شود. این مثال ها یک بار با روش LP-metric در گمز با  $P=3$  حل شده و یک بار با الگوریتم NSGA II حل می شود. به منظور مقایسه این دو روش با هم یکی از جواب های مرز کارا در الگوریتم NSGA با خروجی دقیق روش LP-metric مقایسه می شود.

جدول شماره ۱۵. خلاصه نتایج حل در ابعاد کوچک

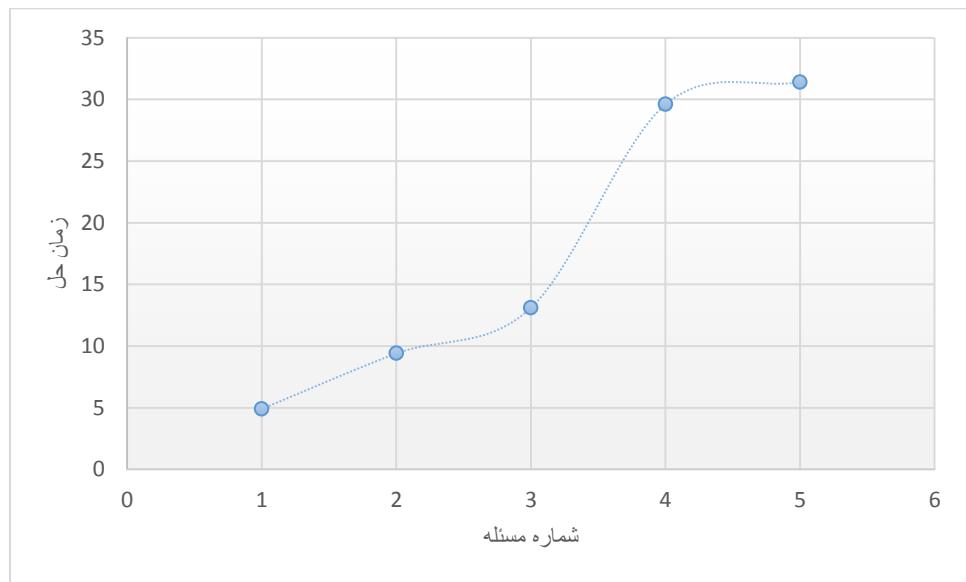
مسئله	تعداد مکان ها	تعداد مشتر یان رفت	تعداد مشتریان برگشت	LP-metric			NSGA II			GAP(%)
				Z1	Z2	T	Z1	Z2	T	
problem1	3	3	3	29	370	2.97	28	369.4	4.9	3.61
problem2	5	10	7	35	490	24.7	33	485.3	9.4	6.67
problem	10	20	15	94	621	167.9	90	609	13.1	6.19

m3									
proble m4	15	25	20	178	948	1937.1	170	907	29.6
proble m5	20	30	25	218	1178	3600	210	1104.9	31.4
میانگین						1146.534			8.82

در جدول فوق T بیانگر زمان حل در هر یک از روش های حل بر حسب ثانیه می باشد. GAP درصد خطای تجمعی برای الگوریتم NSGA II می باشد که بر اساس فرمول زیر محاسبه می شود.

$$GAP = \left( \frac{Z1_{LP-metric} - Z1_{NSGAII}}{Z1_{LP-metric}} + \frac{Z2_{LP-metric} - Z2_{NSGAII}}{Z2_{LP-metric}} \right) \times 100 \quad ۲-۴$$

الگوریتم NSGA در مجموع دوتابع هدف به طور میانگین خطای ۷ درصدی از خود ارائه کرده است. این در حالی است که متوسط زمان حل روش LP-metric برابر ۱۱۴۶ ثانیه است و متوسط زمان حل الگوریتم NSGA برابر ۷ ثانیه می باشد. در شکل زیر نمودار زمان حل الگوریتم NSGA روی مثال های مختلف نشان داده شده است.



شکل شماره ۸. نمودار زمان حل الگوریتم NSGA

به دلیل زمانبر بودن روش LP-metric در ابعاد کوچک، برای مسائل با ابعاد بزرگ استفاده از این روش مناسب نمی باشد. لذا در ابعاد بزرگ تنها با الگوریتم NSGA II مسائل را حل میکنیم. در این شرایط برای هر مثال شاخص پراکندگی مطابق رابطه زیر محاسبه شده و در نتایج عددی ارائه می شود

$$SM = \frac{\sum_{i=1}^N |\bar{d} - d_i|}{(n-1)\bar{d}} \quad ۳-۴$$

در رابطه فوق  $d_i$  فاصله اقلیدسی بین دو نقطه متواالی است و  $\bar{d}$  متوسط  $d_i$  ها می باشد  
خلاصه نتایج عددی برای مثال ها با ابعاد بزرگ در جدول زیر ارائه شده است.

### جدول شماره ۱۶. خلاصه نتایج حل در ابعاد بزرگ

	تعداد مکان ها	تعداد مشتریان رفت	تعداد مشتریان برگشت	NSGA II			SM
				Z1	Z2	T	
problem6	25	35	30	394	1394	19.7	0.975
problem7	30	40	35	481	1945	27.6	0.849
problem8	35	45	40	594	2348	33.7	1.078
problem9	40	50	45	810	3197	50.1	0.937
problem10	50	60	50	967	5498	73.3	1.016
میانگین						40.88	0.971

در جدول فوق Z1 میانگین تابع هدف اول برای جواب های مرز کارا و Z2 میانگین تابع هدف دوم برای جواب های مرز کارا می باشد.

همانطور که در جدول فوق مشاهده می کنید، الگوریتم NSGA II توانایی حل مسائل با ابعاد بزرگ را در زمان بسیار کوتاهی دارا می باشد. از نظر شاخص پراکندگی جواب ها، در مثال های مختلف به طور متوسط ۰.۹ پراکندگی وجود دارد که مقدار مناسبی برای مسائل با ابعاد بزرگ به حساب می آید

### جمع بندی و نتیجه گیری

در این مقاله یک مدل دو هدفه به منظور مکان یابی در زنجیره تامین حلقه بسته ارائه شد. در فاز اول مدل ریاضی ارائه شده با نرم افزار گمز اعتبار سنجی شد. بررسی ها نشان می دهد خروجی های مدل در حل دقیق، از نظر ریاضیاتی و از نظر منطقی بی عیب و نقص می باشد. سپس نشان داده شد هر دو تابع هدف این مدل با هم تعارض جدی دارند لذا از روش های حل مسائل چند هدفه بهره برده شد. در این راستا برای حل دقیق چند هدفه روش LP-metric پیشنهاد شده است. در این قسمت نشان داده شد که پارامتر P در این مسئله به ازای مقدار ۳ بهینه می باشد. برای حل فرالبتکاری الگوریتم NSGA II استفاده شد. این دو روش در ابعاد کوچک با هم مقایسه شد. نتایج نشان می دهد که روش LP-metric زمان حل بسیار بالایی دارد اما الگوریتم NSGA II میتواند با کمترین خطا در کوتاهترین زمان خروجی خود را ارائه دهد. در ابعاد بزرگ الگوریتم NSGA II زمان معقول و منطقی از خود ارائه کرده و پراکندگی جواب ها به طور متوسط مقدار مناسبی گرفته است. به طور خلاصه میتوان اظهار داشت که الگوریتم NSGA II طراحی شده کارایی مناسبی در حل مسئله مکان یابی در زنجیره تامین را دارا می باشد.

منابع:

1. Lee, H.L., Billington, C. (1992) Managing supply chain inventory: pitfalls and opportunities, *Sloan Management Review*, 33(1992), 65-73
2. A multi-objective facility location model for closed-loop supply chain
3. network under uncertain demand and returnæ Saman Hassanzadeh Amin, Guoqing Zhang
4. Yu. A. Kochetov, A. V. Plyasunov A. V. Kononov, Competitive Facility Location Models, *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 49 (2009) 994–1009.
5. H Hotelling, Stability in competition , *economic journal*, 39 (1929) 41-57.
6. Barros AI, Dekker R, Scholten V. A two-level network for recycling sand: a case study. *European Journal of Operational Research*. 110, (1998),199-214.
7. Louwers, D., Kip, B. J., Peters, E., Souren, F., Flapper, S. D. P. A facility location allocation model for re-using carpet materials. *Computers and Industrial Engineering*. 36 (4), (1999),1-15.
8. Ammons, J. C., Realff, M. J., Newton, D. Reverse production system design and operation for carpet recycling. Working Paper, Georgia Institute of Technology, Atlanta, Georgia(1997).
9. Spengler, T., Puchert, H., Penkuhn, T., Rentz, O., Environmental integrated production and recycling management. *European Journal of Operational Research* 97, (1997), 308-26.
10. Jayaraman, V., Guide Jr, V. D. R., Srivastava, R. A closed- loop logistics model for remanufacturing. *Journal of the Operational Research Society*. 50, (1999), 497-508.
11. Savaskan,Mark S. Daskin, A Facility Location Model for Bidirectional Flows,Kristin Sahyouni,R. Canan transportation science Vol. 41, No. 4, November (2013), pp. 484–499
12. Shi, J., Zhang, G., Sha, J., Amin, S.H. Coordinating production and recycling decisions with stochastic demand and return. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*. 19 (4), (2010), 385–407
13. Chen, J.M., Chang, C.I. The co-operative strategy of a closed-loop supply chain with Remanufacturing. *Transportation Research Part E*. 48, (2012),387–400.
14. Spengler, T., Puchert, H., Penkuhn, T., Rentz, O., Environmental integrated production and recycling management. *European Journal of Operational Research* 97, (1997), 308-26.
15. Nagurney, A., Yu, M., Qiang, Q. Multiproduct Humanitarian Healthcare Supply Chains: A Network Modeling and Computational Framework. In the Proceedings of the 23rd Annual POMS Conference, Chicago, Illinois, (2012).