

## بهینه سازی مسیر ربات متحرک چرخ دار بوسیله کنترل بهینه

### مرتضی اورنگی

مدرس دانشگاه پیام نور واحد شبستر

---

#### چکیده

در این مقاله هدف، بهینه سازی مسیر ربات متحرک ۱ با استفاده از کنترل بهینه است و یا به عبارتی دیگر استفاده از کنترل بهینه بلادرنگ با در نظر گیری سینماتیک ربات متحرک می باشد. ابتدا محاسبات مربوط به استخراج سینماتیکی ربات انجام می گیرد و تابع هزینه کنترل بهینه پیشنهاد می شود و در آخر توسط نرم افزار *Matlab* داده های مربوط به حرکت ربات در هر لحظه استخراج و به ربات ساخته شده تزریق می شود و مسیر طی شده توسط ربات با مسیر شبیه سازی شده توسط نرم افزار مقایسه می شود. و در آخر نتیجه می گیریم که این روش از مزیت دقت بالاتر نسبت به دیگر روش های مسیر یابی ربات بهره می گیرد ولی دارای هزینه محاسباتی زیادی می باشد که می توان با ترکیب این روش با روشهایی دیگر بهینه سازی مسیر از آن در محیطهای دارای مانع و ناشناخته نیز استفاده نمود.

**واژه های کلیدی:** بهینه سازی مسیر، تابع هزینه، ربات متحرک، کنترل بهینه،

---

<sup>1</sup> Mobile Robot

## 1. مقدمه

یکی از ویژگی های اصلی ربات های متحرک ، عبارت از توانایی آنها جهت طرح ریزی مسیر خود به منظور انجام دادن وظایف تعیین شده است . اغلب هدف طراحی حرکت برای موبایل روبات عبارت از محاسبه حرکات قابل قبول برای ربات می باشد . برای مثال در مسئله طراحی یک مسیر برای یک ربات می خواهیم مسیری را تعیین کنیم که می خواهد از نقطه آغازین به نقطه هدف برسد .

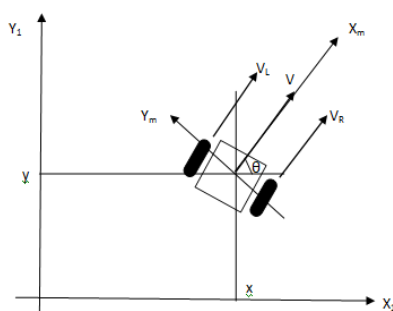
## 2. اهمیت موضوع

تولید مسیر برای ربات ها یکی از مسائل پیچیده است که تحقیقات در این زمینه مورد توجه روز افزون پژوهشگران بوده است . اهمیت طراحی مسیر برای ربات های متحرک مضاعف است زیرا بطور معمول ربات های متحرک محیط کار بزرگتری نسبت به بازوهای ماهر پایه ثابت دارند . برای مثال ربات هایی که در کارخانه ها مسئولیت انتقال محموله ها را دارند و یا ربات هایی که در بیمارستانهای مدرن مسئولیت حمل و نقل دارو را به بیماران در نوبت های زمانی مشخص دارند طراحی مسیر ایمن و بدون برخورد با موانع یکی از اساسی ترین چالش های این گونه ربات ها می باشد . طراحی مسیر ربات ها در صنایع هسته ای جهت انتقال مواد هسته ای پرتوزا و نیز صنایع نظامی ، از مسائل اساسی این نوع سیستم های رباتیکی است در این رباتها دقت های بالای طراحی مسیر مورد تاکید می باشد .

## 3. سینماتیک ربات های دو چرخ دیفرانسیلی

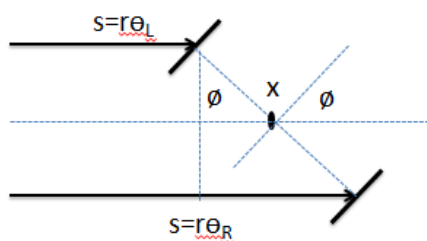
برای ساخت ربات متحرک چرخدار ابتدا باید مدلسازی سینماتیکی آن برداریم . مدلسازی سینماتیک ربات یعنی بدست آوردن مشخصات مکانی و سرعتی چرخها بر حسب مشخصات مکانی و سرعتی کل سیستم یعنی بدنه ربات است . بعد از مدلسازی سینماتیکی رباتها باید معادلات بدست آمده را در تحلیل موقعیت ربات استفاده کنیم . هرچه تعداد معادلات دیفرانسیلی بدست آمده زیاد باشد به دلیل وابستگی معادلات بدست آمده به هم ، حل دستگاه مشکلتر خواهد شد . از این رو در حل مسئله باید بعضی ساده سازی ها صورت گیرد . معمولاً برای نمایش ربات در لحظات مختلف ، حرکت آن را شبیه سازی می کنند .

در شکل ذیل برای سرعت های خطی چرخ های چپ و راست داریم :



شکل 1-3 طرح واره ربات دو دیفرانسیل

باتوجه به قید غیر هولونومیک  $y=0$  که به خاطر عدم حرکت جانبی چرخهاست و اینکه چرخها فقط رو به جلو حرکت می کنند مسافت طی شده توسط هر چرخ برابر است با  $s=r\theta$  بنابراین با توجه به مسافت طی شده هر دو چرخ (شکل 2.8) مسافت طی شده ربات و زاویه چرخش ربات برابر است با



شکل 2-3 جابجایی هر دو چرخ و موقعیت آنها

$$X = r(\theta_r + \theta_l)/2 \quad (1-3)$$

$$\phi = r(\theta_r - \theta_l)/2b \quad (2-3)$$

و در نتیجه می توان نوشت

$$\dot{X} = r(\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_l)/2 \quad (3-3)$$

وبا توجه به روابط زیر می توان نتیجه گرفت که:

$$\dot{x} = \dot{X} \cos \phi \rightarrow x = \int \dot{X} \cos \phi dt \quad (4-3)$$

$$\dot{y} = \dot{X} \sin \phi \rightarrow y = \int \dot{X} \sin \phi dt \quad (5-3)$$

وبا توجه به روابط 1-2 و 2-2 و 2-2 و 3-2 و 4-2 و 5-2 می توان نوشت

$$x = \int \left( \frac{r(\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_l)}{2} \cos(r(\theta_r - \theta_l)/2b) \right) dt \quad (6-3)$$

$$y = \int \left( \frac{r(\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_l)}{2} \sin(r(\theta_r - \theta_l)/2b) \right) dt \quad (7-3)$$

4. تعریف تابع هزینه برای متد کنترل بهینه

در نظریه کنترل بهینه پیدا کردن یک مقدار بردار کنترل مناسب  $u$  که موجب می شود سیستم ذیل:

$$\dot{x} = a(x(t), u(t), t) \quad (1-4)$$

مقداری قابل قبول برای  $x$  بیاید بطوری که تابع هزینه ذیل را کمترین کند، هدف کنترل محسوب می شود.

$$J = h(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(x(t), u(t), t) dt \quad (2-4)$$

زمانی که تابع هزینه برای یک سیستم انتخاب شد کار بعدی این است که تابع  $x$  ای که آن را کمترین می کند

تعیین شود.

یک روش استفاده از قاعده پنتاریگین است که منجر به حل معادله غیر خطی با مقادیر شرایط مرزی دو نقطه ای می

شود که با روش های عددی حل می شود این روش مبتنی بر حساب تغییرات است.

تابع هزینه انتخاب شده برای حل مسئله موضوع تحقیق به شکل ذیل تعریف می شود:

$$Costfun = w_1 x^2 + w_2 y^2 + w_3 \theta_r^2 + w_4 \theta_l^2 + w_5 \dot{\theta}^2 + w_6 \dot{\theta}_r^2 + w_7 \dot{\theta}_l^2 \quad (3-4)$$

و با توجه به اینکه ما می خواهیم با کنترل سرعت هر کدام از چرخها ربات را کنترل کنیم پس می توان نوشت:

$$J = w_1 \dot{\theta}_r^2 + w_2 \dot{\theta}_l^2 \quad (4-4)$$

با توجه به نتایج بدست آمده سیستم و یا مسیر ما به شکل زیر تعریف می شود:

$$x = \int \left( \frac{r(\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_l)}{2} \cos(r(\theta_r - \theta_l)/2b) \right) dt \quad (5-4)$$

$$y = \int \left( \frac{r(\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_l)}{2} \sin(r(\theta_r - \theta_l)/2b) \right) dt \quad (6-4)$$

حال با توجه به هدف این پروژه که طی کمترین مسافت با کمترین انرژی ممکن برای رسیدن به هدف می باشد و با

توجه به اینکه انرژی به صورت سرعت در چرخها نمود پیدا می کند پس ما با کنترل سرعت چرخها می توانیم کل سیستم را

کنترل کنیم که می باید تابعی هزینه ما را کمترین کند

$$J = w_1 \dot{\theta}_r^2 + w_2 \dot{\theta}_l^2 \quad (7-4)$$

حال با مشخص شدن سیستم و یا مسیر حرکت ربات و همچنین تابع کنترل و تابعی هزینه می توان طبق معادلات

همیلتون مسئله را حل کنیم

شبیه سازی رایانه ای موضوع تحقیق استفاده از نرم افزار MATLAB انجام گرفت در نرم افزار MATLAB با

استفاده از دستور `bvp4c` ( که برای محاسبه جواب معادلات دیفرانسیل با مقادیر مرزی مورد استفاده قرار می گیرد ) برای

استخراج جواب حاصل از کنترل بهینه مورد استفاده قرار گرفت.

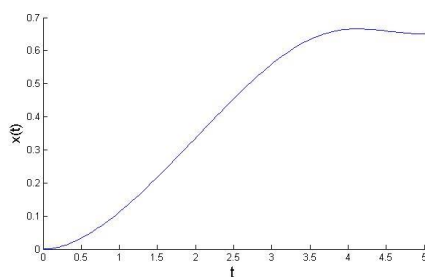
## 5. مورد مطالعاتی

فرض می کنیم ربات متحرک در نقطه ابتدایی (  $x_0=0, y_0=0$  ) قرار دارد با زاویه 90 درجه قرار دارد و هدف رفتن به نقطه

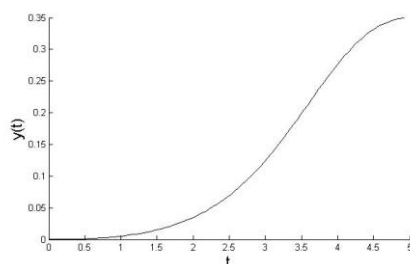
انتهاپی (  $x_t=0.65, y_t=0.35$  ) می باشد و با توجه به این نکته که سرعت هر دو چرخ در ابتدا و انتهای حرکت صفر است شرایط

مرزی را به صورت زیر در نرم افزار مطلب تعریف می کنیم

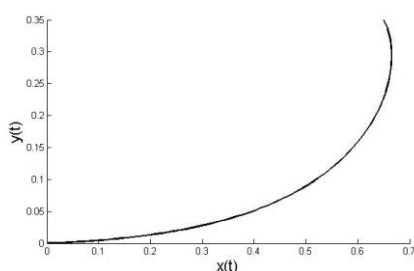
با اعمال این داده ها در نرم افزار مطلب طبق برنامه بالا نمودار مسیر حرکت ربات مطابق شکل های زیر خواهد بود.



شکل 1-5 تولید  $x(t)$  توسط کنترل بهینه



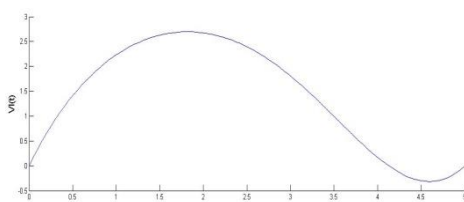
شکل 2-5 تولید  $Y(t)$  به وسیله کنترل بهینه



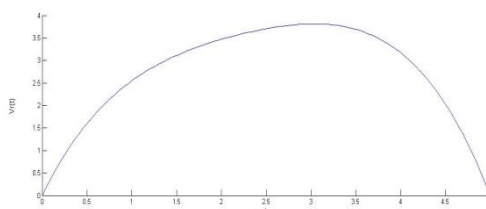
شکل 3-5 مسیر ایجاد شده توسط کنترل بهینه

### 6. اعمال نتایج شبیه سازی بر روی نمونه ساخته شده

برای اینکه نتایج شبیه سازی را ما در ربات مورد مطالعه اعمال کنیم و به دلیل اینکه ما برای کنترل ربات ساخته شده فقط کافیست سرعت چرخها را کنترل کنیم از نمودار سرعت زمان بدست آمده در شبیه سازی کامپیوتری و نتایج به دست آمده در آنها استفاده می کنیم و سپس مسیر حرکت ربات را با مسیر شبیه سازی شده مقایسه می کنیم



شکل 1-6 نمودار سرعت زمان چرخ چپ

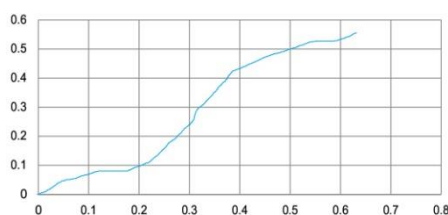


شکل 6-2 نمودار سرعت زمان چرخ راست

با دقت به نمودار سرعت زمان هردوموتور می توان گفت که سرعت هردو موتور در لحظه شروع صفر و در انتها نیز صفر می باشد و در حین حرکت سرعت هر دوموتور تغییر می کند و در اکثر جاها دارا اختلاف هستند یعنی می توان گفت که اختلاف سرعت موتور ها باعث تغییر مسیر ربات می شوند یعنی اگر سرعت هردو یکی بود مستقیم اگر سرعت موتور راست بیشتر بود به سمت راست و اگر سرعت موتور چپ بیشتر بود به راست انحراف پیدا می کند و باعث می شود که مسیر طی شده ما شبیه یک منحنی شود (شکل 4-6)

مسیر طی شده توسط ربات ساخته شده

با اعمال مقادیر بدست آمده از شبیه سازی برای هر یک از موتور ها به ورودی میکرو می بینیم که مسیر طی شده توسط ربات تقریباً شبیه مسیر شبیه سازی شده با نرم افزار است که می توان گفت خطای بوجود آمده ناشی از خطای مکانیکی قطعات به کار رفته و یا اندازه گیری و حتی محاسباتی باشد.



شکل 6-3 مسیر طی شده توسط ربات

## 7. نتیجه گیری

محیط های کاری و صنعتی، از ربات های متحرک چرخ دار به علت فضای کاری وسیعی آن استفاده فراوانی می شود. از طرفی، به منظور افزایش کارایی و بازده ربات های متحرک، طراحی مسیر حرکت آن از اهمیت ویژه ای برخوردار بوده و مورد توجه بسیاری از دانشمندان علم رباتیک می باشد

هدف در این تحقیق بهینه سازی مسیر ربات متحرک با استفاده از کنترل بهینه است اما . روش کنترل بهینه به دلیل اینکه بطور مستقیم متکی به روش های ریاضی است و از تخمین هایی که بهینگی مسیر تولید شده را تحلیل می برد اجتناب می کند . از مزیت دقت بالاتر نسبت به دیگر روش های مسیر یابی ربات بهره می گیرد . با این حال روش کنترل بهینه نیازمند حل دستگاه معادلات دیفرانسیل می باشد که این امر سبب هزینه محاسباتی بزرگی برای روش کنترل بهینه می شود حال با توجه به دقت بالای این روش و هزینه محاسباتی زیاد آن از آن نمی توان در محیط های دارای مانع و یا ناشناخته استفاده نمود و بیشتر در محیط های شناخته شده و بدون مانع مانند پروژههای خط تولید که یک در یک مسیر ثابت عملی را تکرار می کنند بهترین کارائی را داشته باشد. اما برای محیط های ناشناخته و دارای مانع می توان از روش های دیگر گفته شده در

فصل اول استفاده نمود که شاید از دقت لازم بهره مند نباشد اما انعطاف لازم را دارد.

## 8. کارهای آینده

می توان با ترکیب این روش با روشهایی دیگر بهینه سازی مسیر از آن در محیطهای دارای مانع و ناشناخته نیز استفاده نمود.

## منابع

- [1] Arthur Ed LeBouthiller, W. Grey Walter and his Turtle Robots, Robotics Society of Southern California, 14 Jul. 2010, retrieved 5 June 2013. <http://www.rssc.org/content/w-grey-walter-and-his-turtle-robots>
- [2] The Robot: The Life Story of a Technology, Lisa Nocks, 2007
- [3] Hirose S., Yoneda K., Furuya R., and Takagi T. (1989). Dynamic and static fusion control of quadruped walking vehicle. Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems. Tsukuda, Japan
- [4] Klein C. A., and Kittivatcharapong S. (1990). Optimal force distribution for the legs of a walking machine with friction cone constraints. IEEE Transactions on Robotics and Automation: Vol. 6, No. 1, pp. 73-85.
- [5] Baroni P., Guida G., Mussi S., and Venturi A. (1995). A distributed architecture for control of autonomous mobile robots. Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Nagoia, Japan.
- [6] Maufroy C., Kimura H., Takase K. (2008). Towards a general neural controller for quadrupedal locomotion. Neural Networks 21: 667-681
- [7] Christopher P. Lee-Johnson and Dale A. Carnegie, 2010, Mobile Robot Navigation Modulated by Artificial Emotions, IEEE Transaction On System, Vol 40, No 2
- [8] Borenstein.J , koren.Y.1991, The vector field histogram\_fast obstacle avoidance for mobile robot.IEEE Inf. Conf. Robot. Autom. Vol. 7.no3.pp. 278-288.jun.
- [9] J. C. Latombe. Robot Motion Planning. Kluwer Academic Pub., Boston, 1991,
- [10] Latombe.J.C, 1996, Robot Motion Planning,(Kluwer Academic Publishers, U.K)
- [11] Choset.H,Lynch.K.M,Hutchinson.S,Kantor.G,Burgard.W,Principles Of Robot Motion : Theory, Algorithms.and implementations.MIT Press.Boston.2005
- [12] D . E . Kirk , optimal control Theory : An Introduction , Prentice -Hall , 1970
- [13] Richard Ernest Bellman, An introduction to the theory of dynamic programming,1953
- [14] B.R.Donald,P.Xavier,J.Canny,and J.Reif,Kinodynamic motion Planning ,Journal of the ACM,Vol.2 No.40,pp.1048-1066,1993
- [15] K.M.Lynch,M.T.Mason,Stable pushing:mechanics , controllability,and Planning,International journal of Robotics Research,Vol.1,No.15,PP.533-556,1996

- [16] P.HsU,Z.Li,S.Sastry. On grasping and coordinated manipulation by amultifingered robot hand .In Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation,Vol.1,PP.384-389,1988
- [17] P.Jacobs,J.Canny,Planning smooth paths for mobile robots ,In Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation,PP.2-7,1989
- [18] J.Barraquand ,J.C.Latombe, Nonholonomic multibody mobile robots controllability and motion planning in the presence of obstacles,Alogorithmica ,No.10,PP.121-155,1993